

Одеський національний університет імені І.І.Мечникова  
Кафедра диференціальних рівнянь, геометрії та топології

“ЗАТВЕРДЖУЮ”  
Проректор з науково-педагогічної роботи  
О.В.Запорожченко  
2020 р.



**РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ**  
**ОСНОВИ ВЕКТОРНОГО ТА ТЕНЗОРНОГО АНАЛІЗУ**  
(назва навчальної дисципліни)

Рівень вищої освіти перший (освітньо-науковий) рівень – бакалавр

Галузь знань 10 – природничі науки  
(шифр і назва)

Спеціальність 105 – прикладна фізика та наноматеріали  
(шифр і назва)

Освітня програма прикладна фізика та наноматеріали

Вид дисципліни обов'язкова

Факультет математики, фізики та інформаційних технологій  
(назва факультету)

2020 / 2021 навчальний рік

Програму рекомендовано до затвердження Вченою Радою факультету математики, фізики та інформаційних технологій «З» вересня 2020 року, Протокол №1

Розробник програми:

Старший викладач Потапенко І.В.

Навчальна програма затверджена на засіданні кафедри диференціальних рівнянь геометрії та топології Протокол №1 від “31” серпня 2020 року

Завідувач кафедри

\_\_\_\_\_

(підпис)

Євтухов В.М.

(прізвище та ініціали)

Програму погоджено навчально-методичною комісією (НМК) ФМФІТ:

Протокол № 1 від “ 3 ” вересня \_\_\_\_\_ 2020 року

Голова НМК

\_\_\_\_\_

(підпис)

Ніцук Ю.А.

(прізвище та ініціали)

## ВСТУП

Програма навчальної дисципліни «**Основи векторного та тензорного аналізу**» складена відповідно до освітньо-наукової програми підготовки першого (освітньо-наукового) рівня вищої освіти (бакалавр). Галузь знань: 10 – «Природничі науки». Спеціальність: 104 – «Фізика та астрономія». Освітньо-наукова програма: «Фізика та астрономія».

### 1. Опис навчальної дисципліни

1.1. Кінцева мета дисципліни впливає з цілей освітньо-професійної підготовки спеціалістів напрямів фізика, астрономія та визначається змістом тих системних знань і умінь, яких потребує освітньо-кваліфікаційна характеристика. Знання, які студенти отримують з навчальної дисципліни, є базовими для блоку дисциплін, що забезпечують як природничо-наукову, так і професійно-практичну підготовку.

1.2. Основними завданнями вивчення дисципліни «**Основи векторного та тензорного аналізу**» є: формування базових математичних знань для розв'язування задач у майбутній професійній діяльності; формування вмінь аналітичного мислення.

Інтегральна компетентність (ІК) – здатність розв'язувати складні спеціалізовані задачі та практичні проблеми з фізики та/або астрономії у професійній діяльності або у процесі подальшого навчання, що передбачає застосування певних теорій і методів фізики та/або астрономії і характеризується комплексністю та невизначеністю умов.

Загальні компетентності:

- K01. Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.
- K02. Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях
- K04. Здатність бути критичним і самокритичним.
- K05. Здатність приймати обґрунтовані рішення.
- K08. Здатність оцінювати та забезпечувати якість виконуваних робіт.

Спеціальні (фахові) компетенції:

- K17. Здатність використовувати на практиці базові знання з математики як математичного апарату фізики і астрономії при вивченні та дослідженні фізичних та астрономічних явищ і процесів.
- K21. Здатність моделювати фізичні системи та астрономічні явища і процеси.
- K23. Здатність виконувати теоретичні та експериментальні дослідження автономно та у складі наукової групи.
- K24. Здатність працювати з джерелами навчальної та наукової інформації.
- K25. Здатність самостійно навчатися і опановувати нові знання з фізики, астрономії та суміжних галузей.
- K26. Розвинуте відчуття особистої відповідальності за достовірність результатів досліджень та дотримання принципів академічної доброчесності разом з професійною гнучкістю.
- K29. Здатність здобувати додаткові компетентності через вибіркові складові освітньої програми, самоосвіту, неформальну та інформальну освіту.

1.3. Кількість кредитів 3.

1.4. Загальна кількість годин 90.

1.5. Характеристика навчальної дисципліни
Нормативна/за вибором
Денна форма навчання
Рік підготовки

1-й
Лекції
18 год.
<u>Практичні/семінарські</u>
18 год.
Лабораторні
–
Самостійна робота
54 год.
У тому числі індивідуальні завдання
–

#### 1.6. Заплановані результати навчання:

Згідно з освітньо-науковою програмою «Фізика та астрономія» спеціальності 104 – «Фізика та астрономія» бакалаври можуть досягти наступних результатів навчання:

–. Вміти застосовувати базові математичні знання, які використовуються у фізиці та астрономії: з аналітичної геометрії, лінійної алгебри, математичного аналізу, диференціальних та інтегральних рівнянь, теорії ймовірностей та математичної статистики, теорії груп, методів математичної фізики, теорії функцій комплексної змінної, математичного моделювання. (ПР04).

– Мати базові навички самостійного навчання: вміти відшукувати потрібну інформацію в друкованих та електронних джерелах, аналізувати, систематизувати, розуміти, тлумачити та використовувати її для вирішення наукових і прикладних завдань (ПР08).

## 2. Тематичний план навчальної дисципліни

2-й рік

### Розділ 1. Поняття тензора. Тензорна алгебра. Основи векторного аналізу.

**Тема1.** Правило підсумовування Ейнштейна. Німі та вільні індекси. Символи Кронекера. Взаємні базиси векторів. Приклади тензорів. Метричні коефіцієнти базису.

**Тема2.** Коваріантні та контраваріантні координати геометричного вектора. Криволінійні координати у просторі. Основні поняття векторного аналізу. Дивергенція, ротор, градієнт векторного поля. Оператор набла. Основна теорема векторного аналізу.

**Тема3.** Інваріант. Вектори, як тензори першої валентності. Тензори другої валентності. Тензорний закон перетворення координат.

**Тема 4.** Операції додавання, множення, згортання, симетрування та альтернування. піднімання та опускання індексу для тензорів. Симетричні та кососиметричні тензори. Теорема про ознаку тензора.

### Розділ 2. Символи Крістоффеля. Коваріантна похідна тензора. Тотожність Річчі.

**Тема 5.** Поняття ріманового простору. Метричний тензор. Символи Крістоффеля 1 та 2 роду. Закон їх перетворення при перетворенні координат.

**Тема6.** Дивергенція, ротор, градієнт, як диференціальні оператори в криволінійній системі координат.

**Тема7.** Коваріантна похідна вектора та коектора. Коваріантна похідна довільного тензора. Властивості коваріантного диференціювання. Коваріантно сталі тензори.

**Тема 8.** Тотожність Річчі для вектора та коектора. Тензор Рімана та його властивості. Тотожність Річчі для довільного тензора.

### 3. Структура навчальної дисципліни

Тема	Кількість годин					
	Усього	Лек.	Пр.	Лаб.	Інд.	СР
2-й рік						
<b>Розділ 1. Поняття тензора. Тензорна алгебра. Основи векторного аналізу.</b>						
1	10	2	2	–	–	6
2	11	2	2	–	–	7
3	11	2	2	–	–	7
4	13	3	3	–	–	7
<b>Розділ 2. Символи Крістоффеля. Коваріантна похідна тензора. Тотожність Річчі.</b>						
5	10	2	2	–	–	6
6	11	2	2	–	–	7
7	11	2	2	–	–	7
8	13	3	3	–	–	7
Усього годин	<b>90</b>	<b>18</b>	<b>18</b>	–	–	<b>54</b>

### 4. Тематики практичних занять

1. Правило підсумовування Ейнштейна. Німі та вільні індекси. Символи Кронекера.
2. Взаємні базиси векторів. Приклади тензорів. Метричні коефіцієнти базису.
3. Коваріантні та контраваріантні координати геометричного вектора.
4. Криволінійні координати у просторі.
5. Основні поняття векторного аналізу. Дивергенція, ротор, градієнт векторного поля. Оператор набла. Основна теорема векторного аналізу.
6. Інваріант. Вектори, як тензори першої валентності.
7. Тензори другої валентності. Тензорний закон перетворення координат.
8. Операції додавання, множення, згортання, симетрування та альтернування, піднімання та опускання індексу для тензорів.
9. Симетричні та косиметричні тензори. Теорема про ознаку тензора.
10. Поняття ріманового простору. Метричний тензор.
11. Символи Крістоффеля 1 та 2 роду. Закон їх перетворення при перетворенні координат.
12. Дивергенція, ротор, градієнт, як диференціальні оператори в криволінійній системі координат.
13. Коваріантна похідна вектора та ковектора. Коваріантна похідна довільного тензора.
14. Властивості коваріантного диференціювання. Коваріантно сталі тензори.
15. Тотожність Річчі для вектора та ковектора. Тензор Рімана та його властивості. Тотожність Річчі для довільного тензора.

## 5. Теми лабораторних занять

Не передбачено навчальним і робочим планом

### 6. Завдання для самостійної роботи

1. Правило підсумовування Ейнштейна. Німі та вільні індекси. Символи Кронекера.
2. Взаємні базиси векторів. Приклади тензорів. Метричні коефіцієнти базису.
3. Коваріантні та контраваріантні координати геометричного вектора.
4. Криволінійні координати у просторі.
5. Основні поняття векторного аналізу. Дивергенція, ротор, градієнт векторного поля. Оператор набла. Основна теорема векторного аналізу.
6. Інваріант. Вектори, як тензори першої валентності.
7. Тензори другої валентності. Тензорний закон перетворення координат.
8. Операції додавання, множення, згортання, симетрування та альтернування, піднімання та опускання індексу для тензорів.
9. Симетричні та кососиметричні тензори. Теорема про ознаку тензора.
10. Поняття ріманового простору. Метричний тензор.
11. Символи Крістоффеля 1 та 2 роду. Закон їх перетворення при перетворенні координат.
12. Дивергенція, ротор, градієнт, як диференціальні оператори в криволінійній системі координат.
13. Коваріантна похідна вектора та ковектора. Коваріантна похідна довільного тензора.
14. Властивості коваріантного диференціювання. Коваріантно сталі тензори.
15. Тотожність Річчі для вектора та ковектора. Тензор Рімана та його властивості. Тотожність Річчі для довільного тензора.

### 7. Індивідуальні завдання

Не передбачено навчальним і робочим планом

### 8. Методи навчання

При викладанні дисципліни використовуються інтерактивні методи навчання, наочні методи навчання. Базовими методами навчання є лекції, проведення практичних занять та виконання завдань самостійної роботи.

Під час проведення лекцій використовуються наступні методи навчання: пояснювально-ілюстративний метод або інформаційно-рецептивний; репродуктивний метод (репродукція - відтворення); метод проблемного викладу; частково-пошуковий, або евристичний метод. Під час практичних занять використовуються наступні методи навчання: метод проблемного викладу, пояснювально-ілюстративний метод, частково-пошуковий, або евристичний метод; дискусійний метод. Під час самостійної роботи використовується дослідницький метод навчання.

### 9. Методи контролю

Формою контролю навчальних здобутків студентів під час вивчення кожної теми занять є поточний контроль: наявність конспекту, аудиторне опитування, активність, своєчасне та якісне виконання завдань самостійної роботи. Кожний розділ завершується модульною контрольною роботою з теорії та практики окремо.

### 10. Схема нарахування балів

Підсумкові бали для оцінки знань, отриманих студентами при вивченні окремих розділів курсу, розраховуються таким чином:

Поточний контроль: конспект, опитування, активність				Модульна робота: своєчасність та якість виконання	Сума			
Лекції				Практичні заняття	Разом			
<b>Розділ 1</b>				(9 год)	(9 год)	(18 год)		
<b>T1</b>	<b>T2</b>	<b>T3</b>	<b>T4</b>					
<b>Загальна оцінка за Розділ 1 (OP1)</b>				<b>15</b>	<b>15</b>	<b>30</b>	<b>70</b>	<b>100</b>
<b>Розділ 2</b>				(9 год)	(9 год)	(18 год)		
<b>T5</b>	<b>T6</b>	<b>T7</b>	<b>T8</b>					
<b>Загальна оцінка за Розділ 2 (OP2)</b>				<b>15</b>	<b>15</b>	<b>30</b>	<b>70</b>	<b>100</b>

### 11. Критерії оцінювання навчальних досягнень

Підсумковий семестровий контроль 2-го року підготовки (залік) здійснюється за наступною схемою: В кінці кожного з двох модулів проводиться письмова контрольна робота з практики та теорії окремо та виставляється загальна оцінка за розділ (**OP1,OP2**). В окремих випадках проводиться також усне опитування. По сумі балів студент отримує оцінку за таким розподілом:

Відмінно 90-100

Добре 75-89

Задовільно 60-74

Незадовільно 0-59

Підсумковий бал (ПБ) семестрового контролю 2-го року підготовки (залік) розраховується за формулою:

$$\text{ПБ} = (\text{OP1} + \text{OP2})/2$$

#### Шкала оцінювання

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка		
	за шкалою ЄКТС	для чотирирівневої шкали оцінювання	для дворівневої шкали оцінювання
<b>90 – 100</b>	<b>A</b>	<b>Відмінно</b>	<b>Зараховано</b>
<b>85-89</b>	<b>B</b>	<b>Добре</b>	
<b>75-84</b>	<b>C</b>		
<b>70-74</b>	<b>D</b>		
<b>60-69</b>	<b>E</b>	<b>Задовільно</b>	<b>Не зараховано</b>
<b>35-59</b>	<b>FX</b>		
<b>1-34</b>	<b>F</b>	<b>Незадовільно</b>	

## 12. Рекомендована література

1. П. К. Рашевский. Риманова геометрия и тензорный анализ. Москва., Наука, 1967.
2. А.И.Борисенко. И.Е. Тарапов. Векторный анализ и начала тензорного исчисления. Харьков. 1986.
3. Дж. Мак – Коннел. Введение в тензорный анализ с приложениями к геометрии, механике и физике. Москва. 1963.
4. И.С. Сокольников. Тензорный анализ, теория применения в геометрии и в механике сплошных сред. Москва. 1971.
5. Б. Е. Победря. Лекции по тензорному анализу. М. Г.У. 1979

## 2. Додаткова література

1. М. Л. Гаврильченко. Контрольные задания по курсу Тензорный анализ для студентов 2 курса. Одесса. 1980.
2. С.Г. Лейко. Тензоры. Методические указания для студентов. Одесса. 1988.
3. Й.Й. Микеш. В. П. Олейник. Методические указания и контрольные задания по курсу «Основы векторного и тензорного анализа» для студентов физического факультета. Одесса. 1983.

## 13. Посилання на інформаційні ресурси в Інтернеті

1. Е-бібліотеки: <https://read.in.ua/> ; <https://library.kre.dp.ua/Books/2-4%20kurs/>
2. Аналітична геометрія та лінійна алгебра. Вікіпедія: <http://en.wikipedia.org/>
3. Безкоштовний архів е-публікацій наукових статей з астрономії, фізики, математики: <https://arxiv.org/>
4. Сайт «Помилки та фальсифікації в наукових дослідженнях»:  
<http://false-science.ucoz.ua/>
5. Центр забезпечення якості освіти ОНУ імені І.І.Мечникова, академічна доброчесність: <http://onu.edu.ua/uk/geninfo/tsentr-zabezpechennia-iaakosti-osvity>