

Одеський національний університет імені І.І.Мечникова

Кафедра теоретичної фізики та астрономії



“ЗАТВЕРДЖУЮ”

Проректор з науково-педагогічної роботи

О.В.Запорожченко

2020 р.

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

МЕТОДИ МАТЕМАТИЧНОЇ ФІЗИКИ

(назва навчальної дисципліни)

Рівень вищої освіти перший (освітньо-науковий) рівень – бакалаври

Галузь знань 10 – природничі науки

(шифр і назва)

Спеціальності 104 - фізика та астрономія, 105 – прикладна фізика та наноматеріали, 014-середня освіта (фізика)

(шифр і назва)

Освітня програма фізика та астрономія, прикладна фізика та наноматеріали, середня освіта (фізика)

Вид дисципліни обов'язкова

Факультет математики, фізики, та інформаційних технологій

(назва факультету)

2020 / 2021 навчальний рік

Програму рекомендовано до затвердження Вченою Радою факультету математики, фізики та інформаційних технологій «3» вересня 2020 року, Протокол №1

Розробники програми:

доктор фізико-математичних наук, професор Адамян В.М. , кандидат фізико-математичних наук, доцент Сушко М.Я.

Навчальна програма затверджена на засіданні кафедри експериментальної фізики Протокол № 1 від “31” серпня 2020 року

Завідувач кафедри

(підпис)

Адамян В.М.

(прізвище та ініціали)

Програму погоджено навчально-методичною комісією (НМК) ФМФІТ:

Протокол № 1 від “03” вересня 2020 року

Голова НМК

(підпис)

Ніцук Ю.А.

(прізвище та ініціали)

ВСТУП

Програма навчальної дисципліни «Методи математичної фізики» складена відповідно до освітньо-наукової програми підготовки першого (освітньо-професійного) рівня вищої освіти (бакалаври). Галузь знань: 10 – «Природничі науки». Спеціальність: 104 – «Фізика та астрономія», 105-«Прикладна фізика та наноматеріали», «014- Середня освіта (фізика)».

Освітньо-професійна програма: “ Фізика та астрономія”. «Прикладна фізика та наноматеріали», Середня освіта (фізика).

1. Опис навчальної дисципліни

1.1. Метою викладання навчальної дисципліни є:

підготовка фахівців, які володіють основами кількісного опису, моделювання та симуляції природних явищ та фізичних процесів, базових математичних методів сучасної фізики та їх застосувань при розробці проблем фізики, астрономії та прикладної фізики, здатні розв’язувати базові задачі і практичні проблеми, пов’язані з дослідженням фізичних об’єктів, а також формування у здобувачів здатності розв’язувати складні спеціалізовані задачі з організації освітнього процесу, які зумовлені закономірностями й особливостями сучасної теорії і методики навчання.

1.2. Основними завданнями вивчення дисципліни є:

формування у студентів наступної системи компетентностей, що включають знання, розуміння, уміння та навички кількісного аналізу природних явищ та фізичних процесів з використанням математичних методів сучасної фізики:

Інтегральна компетентність – здатність розв’язувати складні спеціалізовані задачі та практичні проблеми з фізики та/або астрономії, прикладної фізики та наноматеріалів у професійній діяльності або у процесі подальшого навчання, що передбачає застосування певних теорій і математичних методів фізики, астрономії та інженерії і характеризується комплексністю та невизначеністю умов, а також розв’язувати базові спеціалізовані практичні завдання в галузі середньої освіти, що передбачає застосування концептуальних методів освітніх наук, психології, теорії та методики навчання і характеризуються комплексністю та невизначеністю умов організації освітнього процесу в закладах середньої освіти.

Загальні компетентності згідно з освітньо-професійною програмою «Фізика та астрономія» спеціальності 104 – «Фізика та астрономія»:

- Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях, ЗК02.
- Здатність бути критичним і самокритичним, ЗК04.
- Здатність приймати обґрунтовані рішення, ЗК05.
- Здатність оцінювати та забезпечувати якість виконуваних робіт, ЗК08.

Загальні компетентності згідно з освітньо-професійною програмою «Прикладна фізика та наноматеріали» спеціальності 105 – «Прикладна фізика та наноматеріали»:

- Здатність застосовувати знання у практичних ситуація, ЗК1.
- Знання та розуміння предметної області та розуміння професійної діяльності, ЗК2.
- Здатність спілкуватися державною мовою як усно, так і письмово, ЗК3.
- Здатність спілкуватися іноземною мовою, ЗК4.
- Здатність до пошуку, оброблення та аналізу інформації з різних джерел, ЗК9.
- Здатність працювати автономно, ЗК9.

Загальні компетентності згідно з освітньо-професійною програмою «Середня освіта (Фізика)» спеціальності 014 – «Середня освіта (Фізика)»:

- Здатність вчитися і оволодівати сучасними знаннями, ЗК3.
- Здатність працювати в команді, ЗК4.
- Здатність спілкуватися державною мовою як усно, так і письмово, ЗК5.
- Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях, ЗК7.
- Здатність генерувати нові ідеї (креативність), ЗК12.
- Здатність до самоаналізу, самооцінки, самокритичності, самореалізації та самовдосконалення, ЗК14.

Спеціальні (фахові) компетентності згідно з освітньо-професійною програмою «Фізика та астрономія» спеціальності 104 – «Фізика та астрономія»:

- Знання і розуміння теоретичного, математичного та експериментального базису сучасної фізики та астрономії, СК16.
- Здатність моделювати фізичні системи та астрономічні явища і процеси, СК21.
- Здатність використовувати базові знання з фізики та астрономії для розуміння будови та поведінки природних і штучних об'єктів, законів існування та еволюції Всесвіту, СК22.
- Здатність працювати з джерелами навчальної та наукової інформації, СК24.
- Здатність самостійно навчатися і опановувати нові знання з фізики, астрономії та суміжних галузей, СК25.
- Розвинуте відчуття особистої відповідальності за достовірність результатів досліджень та дотримання принципів академічної доброчесності разом з професійною гнучкістю, СК26.
- Усвідомлення професійних етичних аспектів фізичних та астрономічних досліджень, СК27.

Спеціальні (фахові) компетентності згідно з освітньо-професійною програмою «Прикладна фізика та наноматеріали» спеціальності 105 – «Прикладна фізика та наноматеріали»:

- Здатність використовувати сучасні теоретичні уявлення в галузі фізики для кількісного аналізу фізичних систем, СК6.

Спеціальні (предметні) компетентності згідно з освітньо-професійною програмою «Середня освіта (Фізика)» спеціальності 014 – «Середня освіта (Фізика)»:

Здатність використовувати систематизовані теоретичні й практичні знання з фізики та методики навчання фізики у вирішенні професійних завдань, ПК 1.

Володіння математичним апаратом фізики у межах, достатніх для вивчення загального курсу фізики та її теоретичних основ, ПК 2.

1.3. Кількість кредитів 7

1.4. Загальна кількість годин 210

1.5. Характеристика навчальної дисципліни
Нормативна
Денна форма навчання
Рік підготовки

2,3-й
Лекції
60 год.
Практичні/семінарські
54 год.
Лабораторні
-
Індивідуальні заняття
12 год.
Самостійна робота
96 год.
У тому числі індивідуальні завдання
-

1.6. Заплановані результати навчання:

Згідно з освітньо-професійною програмою «Фізика та астрономія»

спеціальності 104 – «Фізика та астрономія»,

спеціальності 105 – «Прикладна фізика та наноматеріали»,

спеціальності 014 – «Середня освіта (Фізика)» студенти можуть досягти наступних результатів навчання:

знати: методи розв'язання задач для рівнянь теплопровідності, дифузії та хвильового рівняння у необмеженому просторі; супутні елементи теорії інтегральних перетворень Фур'є та теорію узагальнених функцій; основи варіаційного числення; підходи до розв'язання лінійних крайових задач теорії коливань та теплопровідності (дифузії) для просторово однорідних та неоднорідних систем;

вміти: розв'язувати лінійні задачі для рівнянь теплопровідності та дифузії у необмеженому просторі з використанням методу функцій Гріна; користуватись інтегральними перетвореннями Фур'є; розв'язувати стандартні задачі варіаційного числення; користуватись методом Фур'є для розв'язання крайових задач теорії теплопровідності та дифузії; знаходити власні значення та власні функції простіших крайових задач математичної фізики.

2. Тематичний план навчальної дисципліни

2-й рік, IV семестр

Розділ 1. Рівняння теплопровідності та дифузії

Тема 1. Процес теплопровідності. Температура, тепловий потік, теплові джерела (стоки). Рівняння теплового балансу в інтегральній та диференціальній формах. Закон Фур'є. Рівняння теплопровідності. Лінійне неоднорідне та однорідне рівняння теплопровідності. Крайові умови.

Тема 2. Задача Коші для лінійного рівняння теплопровідності. Єдиність розв'язку. Лінійне рівняння теплопровідності зі сталими коефіцієнтами у тривимірному просторі. Функція Гріна. Розв'язок задачі Коші. Фізичний зміст функції Гріна рівняння теплопровідності.

Тема 3. Стаціонарна температура та теплові коливання. Ньютонівський тепловий потенціал. Рівняння Пуассона. Гармонічні функції та їх поведінка в обмежених областях. Єдиність спадного розв'язку рівняння Пуассона та умови, за яких він збігається з ньютонівським потенціалом. Усталені коливання під дією джерел, що змінюються з часом за гармонічним законом. Рівняння Гельмгольца. Сферичні теплові хвилі.

Тема 4. Процес дифузії. Закон збереження кількості частинок в інтегральній та диференціальній формах. Закон Фіка. Рівняння дифузії. Фізичний зміст функції Гріна рівняння дифузії.

Розділ 2. Додаткові розділи аналізу

Тема 1. Узагальнені функції. Лінійний простір інтегровних функцій. Лінійні функціонали. Узагальнена функція як границя послідовності звичайних інтегровних функцій. Дельта-функція Дірака. Властивості складеної дельта-функції. Диференціювання узагальнених функцій. Похідні дельта-функції, східчастої функції Хевісайда та знакової функції. Узагальнені розв'язки лінійних диференціальних рівнянь. Узагальнені розв'язки рівнянь Лапласа та Гельмгольца.

Тема 2. Інтегральне перетворення Фур'є. Метод відокремлення змінних. Плоскі хвилі. Принцип суперпозиції. Перетворення Фур'є. Властивості Фур'є-образів, формула обернення. Згортка інтегровних функцій. Рівність Парсеваля–Планшереля.

Розділ 3. Задачі для хвильового рівняння

Тема 1. Малі коливання рідин і газів. Рівняння руху ідеальної рідини. Рівняння неперервності. Рівняння стану. Лінеаризовані рівняння гідродинаміки. Потенціальні течії рідини в полі потенціальної об'ємної сили. Потенціал швидкості. Хвильове рівняння.

Тема 2. Задача Коші для однорідного хвильового рівняння. Розв'язок задачі Коші для хвильового рівняння у трьохвимірному просторі на основі методу Фур'є. Перехід до сферичних середніх від початкових функцій. Формула Пуассона. Принцип Гюйгенса. Одновимірні та двовимірні задачі Коші для хвильового рівняння.

Тема 3. Неоднорідне хвильове рівняння. Побудова розв'язку неоднорідного хвильового рівняння у вигляді загальної потенціалу. Усталені коливання під дією джерел, що змінюються з часом за гармонічним законом. Амплітуда усталених коливань. Розбіжні та збіжні сферичні хвилі. Умова випромінювання Зоммерфельда.

3-й рік, V семестр

Розділ 4. Варіаційне числення

Тема 1. Функціонали найпростішого вигляду. Поняття функціонала. Основна задача варіаційного числення. Необхідна умова існування екстремуму функціонала найпростішого типу. Теорема Ейлера–Лагранжа. Випадки повної інтегровності та перші інтеграли рівняння Ейлера–Лагранжа.

Тема 2. Узагальнення найпростішої задачі варіаційного числення. Задачі для кривих із рухомими кінцями. Умови трансверсальності. Задача Больца. Функціонали, що залежать від декількох функцій. Узагальнення найпростішої варіаційної задачі на випадок, коли функціонал залежить від функції та її вищих похідних. Рівняння Ейлера–Пуассона. Ізопериметричні задачі.

Тема 3. Функціонали, що залежать від функцій декількох змінних. Необхідна умова існування екстремуму. Рівняння Ейлера–Остроградського. Функція Лагранжа натягнутої струни та однорідного стержня та рівняння малих поперечних коливань струни та малих поздовжніх коливань стержня. Закон збереження енергії в задачах про вільні коливання.

Розділ 5. Коливання, теплопровідність та дифузія в однорідних системах

Тема 1. Коливання натягнутої струни. Хвильве рівняння на прямій. Формули Д'Аламбера. Метод продовжень і формули Д'Аламбера для півпрямой та відрізка. Коливання обмеженої однорідної струни. Розв'язок задачі Коші для коливань однорідної струни (стержня) у вигляді ряду Фур'є. Струна як механічна система. Власні частоти та власні коливання. Нормальні координати. Енергія струни та її розподіл між власними коливаннями. Коливання за наявності тертя та зовнішніх сил. Часова функція Гріна. Усталені коливання, яких спричинено гармонічною силою. Частотна функція Гріна. Метод обчислення і фізичний зміст частотної функції Гріна.

Тема 2. Рівняння теплопровідності та дифузії на відрізку. Задача Коші для рівнянь теплопровідності та дифузії на відрізку. Застосування методу Фур'є. Вплив джерел тепла та частинок.

Розділ 6. Теорія Штурма-Ліувілля. Неодновимірні системи: коливання, дифузія та теплопровідність

Тема 3. Коливання неоднорідних систем. Задача Коші для неоднорідної струни (неоднорідного стержня). Розділення змінних, Крайова задача Штурма-Ліувілля (КЗШЛ). Властивості послідовності власних значень та відповідних власних функцій КЗШЛ. Екстремальний зміст найменшого та вищих власних значень КЗШЛ. Теорема про міні-макс. Наслідки. Нулі власних функцій КЗШЛ. Повнота системи власних функцій КЗШЛ.

Тема 4. Задачі для неодновимірних систем. Коливання прямокутної мембрани. Розділення змінних. Власні частоти та власні функції. Виродження власних значень, Розв'язок задачі Коші. Задачі зі сферичною симетрією для рівнянь коливань, теплопровідності та дифузії.

3. Структура навчальної дисципліни

Тема	Кількість годин					
	Усього	Лек.	Пр.	Лаб.	Інд.	СР
1	2	3	4	5	6	7
Розділ 1. Рівняння теплопровідності та дифузії						
Тема 1	12	4	4	-	-	4
Тема 2	14	4	4	-	-	6
Тема 3	10	4	2	-	-	4
Тема 4	8	2	2	-	2	4
Розділ 2. Додаткові розділи аналізу						
Тема1	12	4	4	-	-	4
Тема 2	12	4	4	-	2	4
Розділ 3. Задачі для хвильового рівняння						
Тема 1	4	2	-	-	-	2
Тема 2	10	4	2	-	-	4

Тема 3	8	2	2	-	2	4
Розділ 4. Варіаційне числення						
Тема 1	24	6	6	-	-	12
Тема 2	16	4	4	-	-	8
Тема 3	16	4	4	-	-	8
Розділ 5. Коливання, теплопровідність та дифузія в однорідних системах						
Тема 1	24	8	4	-	-	12
Тема 2	12	-	6	-	2	6
Розділ 6. Теорія Штурма-Ліувілля. Неодновимірні системи: коливання, дифузія та теплопровідність						
Тема 1	12	4	2		2	6
Тема 2	16	4	4		2	8
Усього годин	210	60	54	-	12	96

4. Теми практичних занять

№	Назва теми	Кількість годин
1	Інтеграл Пуассона. Функція Гріна рівняння теплопровідності та її властивості.	2
2	Задача Коші для лінійного рівняння теплопровідності в однорідному середовищі. Фізичний зміст функції Гріна.	2
3	Стаціонарні розв'язки неоднорідного рівняння теплопровідності. Рівняння Пуассона.	2
4	Вимушені теплові коливання. Рівняння Гельмгольца.	2
5	Рівняння дифузії. Фізичний зміст функції Гріна.	2
6	Дельта-функція Дірака	2
7	Перетворення Фур'є для функцій однієї змінної.	2
8	Рівність Парсеваля–Планшереля. Розв'язування лінійних диференціальних рівнянь за допомогою перетворення Фур'є.	2
9	Тривимірне перетворення Фур'є. Фундаментальний розв'язок оператора Лапласа. Функція Гріна та задача Коші для рівняння дифузії.	2
10	Функція Гріна та задача Коші для лінійного хвильового рівняння.	2
11	Формули Пуассона в одному та двох вимірах	2
12	Неоднорідне хвильове рівняння. Загаювальний потенціал.	2

13	Поняття функціонала. Необхідна умова існування екстремуму функціонала найпростішого типу. Рівняння Ейлера–Лагранжа.	2
14	Випадки повної інтегровності рівняння Ейлера–Лагранжа.	2
15	Крайові умови: екстремалі, кінці яких можуть вільно ковзати по вертикалі; умови трансверсальності. Задача Больца.	2
16	Ізопериметричні задачі. Функціонали, які залежать від функції та її вищих похідних.	2
17	Рівняння Ейлера–Пуассона для різних крайових умов.	2
18	Рівняння малих коливань систем із розподіленими параметрами.	2
19	Розв’язок хвильового рівняння для відрізка та його зображення у вигляді ряду Фур’є.	2
20	Стоячі хвилі. Власні функції та власні частоти.	2
21	Коливання одновимірних систем при наявності тертя та зовнішніх сил.	2
22	Функція Гріна для хвильового рівняння на відрізку.	2
23	Одновимірні крайові задачі теплопровідності та дифузії.	4
24	Властивості власних значень і власних функцій КЗШЛ.	2
25	Малі коливання систем з розподіленими параметрами у двох та трьох вимірах	2
26	Дифузія та теплопровідність у трьох вимірах.	2
РАЗОМ		54

5. Теми лабораторних занять

Лабораторні заняття не передбачені навчальним планом

6. Теми семінарських занять

Не передбачені навчальним планом

7. Завдання для самостійної роботи

№	Назва теми	Кількість годин
1	Рівняння теплопровідності в одному, двох та трьох вимірах.	4
2	Функція Гріна для одновимірного та двовимірного рівнянь теплопровідності.	6
3	Рівняння Пуассона та Лапласа. Гармонічні функції.	2
4	Вимушені теплові коливання. Рівняння Гельмгольца.	2
5	Рівняння дифузії. Функція Гріна.	4
6	Диференціювання узагальнених функцій. Похідні дельта-функції, східчастої функції Хевісайда та знакової функції.	2
7	Узагальнені розв’язки лінійних диференціальних рівнянь. Фундаментальні розв’язки рівнянь Лапласа та Гельмгольца.	2
8	Перетворення Фур’є узагальнених функцій.	2
9	Перетворення Фур’є функцій багатьох змінних. Основні співвідношення для багатовимірних перетворень Фур’є.	2
10	Задача Коші для хвильового рівняння в трьох, двох та одному вимірі. Формули Пуассона та Даламбера.	2
11	Принцип Гюйгенса	2
12	Неоднорідне хвильове рівняння. Загаювальний потенціал.	2
13	Функція Гріна для рівняння Гельмгольца.	2

14	Точкові джерела. Розбіжні та збіжні сферичні хвилі. Умова випромінювання Зоммерфельда.	2
15	Задача про поширення світла в неоднорідному середовищі.	2
16	Екстремальні принципи у фізиці.	2
17	Достатня умова екстремуму для функціонала найпростішого типу.	4
18	Умови трансверсальності та ортогональності.	2
19	Модифікована задача про брахістохрону.	4
20	Крайові умови для рівняння Ейлера–Пуассона.	2
21	Профілі балки при різних навантаженнях та умовах закріплення на кінцях.	6
22	Задачі на умовний екстремум. Невизначені множники Лагранжа.	2
23	Функція Лагранжа та рівняння малих позовжніх коливань стержня.	2
24	Закон збереження енергії в задачах про вільні коливання, струн та стержнів.	2
25	Єдиність розв’язку крайової задачі для хвильового рівняння.	2
26	Власні частоти та власні функції однорідної струни (однорідного стержня) для різних типів крайових умов.	6
27	Струна як механічна система. Нормальні координати. Енергія струни та її розподіл між власними коливаннями	2
28	Вплив тертя на коливання струни.	2
29	Частотна функція Гріна для коливань обмеженої струни	2
30	Крайові задачі для одновимірних рівнянь теплопровідності та дифузії.	6
31	Екстремальний зміст власних значень крайової задачі Штурма–Ліувілля	4
32	Коливання, дифузія та теплопровідність в області, що має форму паралелепіпеда.	4
33	Задачі зі сферичною симетрією.	4
РАЗОМ		96

8. Теми індивідуальних занять

1. Стохастичні процеси. Рівняння Чепмена-Колмогорова та Фоккера-Планка.
2. Фур’є-перетворення сферично-симетричних функцій.
3. Розсіяння звуку на точкових перешкодах. Амплітуда розсіяння.
4. Тепловий вибух провідників.
5. Прямі варіаційні методи.
6. Критичні розміри реакторів.

9. Індивідуальні завдання

Не передбачено навчальним і робочим планом

10. Методи навчання

При викладанні дисципліни використовуються інтерактивні методи навчання, наочні методи навчання. Базовим методом навчання є поєднання лекції та практичних занять. Під час проведення лекцій використовуються наступні методи навчання: пояснювально-ілюстративний метод; метод проблемного викладу; частково-пошуковий, або евристичний метод.

Під час практичних занять використовуються наступні методи навчання частково-пошуковий, або евристичний метод; дискусійний метод. Під час самостійної роботи використовуються наступні методи навчання: дослідницький метод.

11. Методи контролю

Для кожної теми формами контролю навчальних здобутків студентів можуть бути поточний контроль: оцінка активності роботи на лекціях; аудиторне поточне опитування;

домашні завдання, модульні контрольні роботи, підсумкові залікові та екзаменаційні роботи.

Підсумкові бали для оцінки знань студентів за розділ розраховуються таким чином:

№	Вид роботи	Форма контролю	Максимальне число балів
1	Аудиторна активність студента		2
2	Виконання класних і домашніх завдань, самостійної роботи	Письмові розв'язки, письмові та усні відповіді	4
3	Сума		6

12. Схема нарахування балів

IV семестр

Поточний контроль, самостійна робота, індивідуальні завдання				Підсумкова контрольна робота (залік)	Підсумковий бал*
Розділ 1	Розділ 2	Розділ 3	Індивідуальні заняття		
34	30	30	6	100	100

* Обчислюється як середнє від двох балів: балу поточного контролю за активністю студента (включаючи самостійну роботу та індивідуальні завдання) та балу за підсумкову контрольну роботу.

V семестр

Поточний контроль, самостійна робота, індивідуальні завдання				Підсумкова контрольна робота (екзамен)	Підсумковий бал*
Розділ 5	Розділ 6	Розділ 7	Індивідуальні заняття		
30	34	30	6	100	100

* Обчислюється як середнє від двох балів: балу поточного контролю за активністю студента (включаючи самостійну роботу та індивідуальні завдання) та балу за підсумкову контрольну роботу.

13. Методичне забезпечення

Посібники, контрольні питання і завдання до тем, роздаткові матеріали до лекцій

14. Рекомендована література

Базова

1. Адамян В. М., Сушко М. Я. Вступ до математичної фізики. Introduction to Mathematical Physics. – Одеса: Астропринт, 2003. – 320 с.
2. Адамян В. М., Сушко М. Я. Варіаційне числення. – Одеса: Астропринт, 2005. – 128 с.

3. Адамян В. М., Сушко М. Я. Методы математичної фізики. Методичні вказівки з курсу "Методы математичної фізики" для студентів фізичного факультету. – Одеса: Астропринт, 2007. – 39 с.
4. Адамян В.М., Сушко М.Я. "Вступ до математичної фізики. Варіаційне числення та крайові задачі." Навчальний посібник для студентів фізичних, інженерно-фізичних та математичних спеціальностей університетів. 355 стр. – arXiv: <http://arxiv.org/abs/1306.1675>.
5. Арсенин В. Я. Методы математической физики и специальные функции. – М.: Наука, 1974. – 432 с.
6. Курант Р, Гильберт Д. Методы математической физики. В 2т.– М.: Гостехиздат, 1951.– Т.1, 476 с; Т. 2, 544 с.
7. Курант Р. Уравнения с частными производными. – М.: Мир, 1964. – 830 с.
8. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. – М.: Наука, 1977.– 724с.

Допоміжна

1. Бицадзе А. В., Калинин Д., Ф. Сборник задач по уравнениям математической физики. – М.: Наука, 1985. – 311 с.
2. Будак Б. М., Самарский А. А., Тихонов А. Н. Сборник задач по математической физике. – М.: Наука, 1980. – 688 с.
3. Владимиров В. С. Уравнения математической физики. – М.: Наука, 1981. – 512 с.
4. Владимиров В. С., Михайлов В. П., Ваширин А. А., Каримова Х. Х., Сидоров Ю. В., Шабунин М. И. Сборник задач по уравнениям математической физики. – М.: Наука, 1982. – 256 с.
5. Годунов С.К. Уравнения математической физики. – М.: Наука, 1979. – 392 с.
6. Гончаренко В.М. Основы теории уравнений с частными производными. – К.: Вища школа, 1985. – 312 с.
7. Кошляков С. Н., Глинер Э. Б., Смирнов М. М. Уравнения в частных производных математической физики. – М.: Высшая школа, 1970. – 710 с.
8. Михлин С.Г. Линейные уравнения в частных производных.–М.: Высшая школа, 1977.– 432 с.
9. Перестюк М.О., Маринець В.В. Теорія рівнянь математичної фізики. – К.: Либідь, 2001. – 336 с.
10. Петровский И.Г. Лекции об уравнениях с частными производными. – М.: Физматгиз, 1961. – 300 с.
11. Положий Г.Н. Уравнения математической физики. – М.: Высшая школа, 1964. – 560 с.
12. Смирнов В.И. Курс высшей математики. В 4 т. – М.: Наука, 1981. – Т. 1. 656 с.; Т. 4, 550 с.
13. Смирнов М.М. Дифференциальные уравнения в частных производных второго порядка. – Минск: Изд-во БГУ, 1974. – 232 с.
14. Соболев С.Л. Уравнения математической физики. – М.: Наука, 1966. – 444 с.
15. Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа. В 2 т. – М.: Наука, 1968. – Т. 2, 404 с.
16. Шварц Л. Математические методы для физических наук. – М.: Мир, 1965. – 412 с.
17. Шилов Г.Е. Математический анализ. Второй специальный курс. – М.: Наука, 1965. – 327 с.