

Одеський національний університет імені І.І.Мечникова

Кафедра фізіології



Проректор з науково-педагогічної роботи
“ЗАТВЕРДЖУЮ”
О.В.Запорожченко
2020 р.

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

АНАЛІТИЧНА ГЕОМЕТРІЯ ТА ЛІНІЙНА АЛГЕБРА

(назва навчальної дисципліни)

Рівень вищої освіти перший (освітньо-науковий) рівень – бакалавр

Галузь знань 10 – природничі науки
(шифр і назва)

Спеціальність 105 – прикладна фізика та наноматеріали
(шифр і назва)

Освітня програма прикладна фізика та наноматеріали

Вид дисципліни обов'язкова

Факультет математики, фізики та інформаційних технологій
(назва факультету)

2020 / 2021 навчальний рік

Програму рекомендовано до затвердження Вченою Радою факультету математики, фізики та інформаційних технологій «З» вересня 2020 року, Протокол №1

Розробник програми:

Старший викладач Потапенко І.В.

Навчальна програма затверджена на засіданні кафедри диференціальних рівнянь геометрії та топології Протокол №1 від “31” серпня 2020 року

Завідувач кафедри

(підпис)

Євтухов В.М.

(прізвище та ініціали)

Програму погоджено навчально-методичною комісією (НМК) ФМФІТ:

Протокол № 1 від “ 3 ” вересня _____ 2020 року

Голова НМК

(підпис)

Ніцук Ю.А.

(прізвище та ініціали)

ВСТУП

Програма навчальної дисципліни «**Аналітична геометрія та лінійна алгебра**» складена відповідно до освітньо-наукової програми підготовки першого (освітньо-наукового) рівня вищої освіти (бакалавр). Галузь знань: 10 – «Природничі науки». Спеціальність: 104 – «Фізика та астрономія». Освітньо-наукова програма: «Фізика та астрономія».

1. Опис навчальної дисципліни

1.1. Кінцева мета дисципліни впливає з цілей освітньо-професійної підготовки спеціалістів напрямів фізика, астрономія та визначається змістом тих системних знань і умінь, яких потребує освітньо-кваліфікаційна характеристика. Знання, які студенти отримують з навчальної дисципліни, є базовими для блоку дисциплін, що забезпечують як природничо-наукову, так і професійно-практичну підготовку.

1.2. Основними завданнями вивчення дисципліни «**Аналітична геометрія та лінійна алгебра**» є: формування базових математичних знань для розв'язування задач у майбутній професійній діяльності; формування вмінь аналітичного мислення.

Інтегральна компетентність (ІК) – здатність розв'язувати складні спеціалізовані задачі та практичні проблеми з фізики та/або астрономії у професійній діяльності або у процесі подальшого навчання, що передбачає застосування певних теорій і методів фізики та/або астрономії і характеризується комплексністю та невизначеністю умов.

Загальні компетентності:

- K01. Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.
- K02. Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях
- K04. Здатність бути критичним і самокритичним.
- K05. Здатність приймати обґрунтовані рішення.
- K08. Здатність оцінювати та забезпечувати якість виконуваних робіт.

Спеціальні (фахові) компетенції:

- K17. Здатність використовувати на практиці базові знання з математики як математичного апарату фізики і астрономії при вивченні та дослідженні фізичних та астрономічних явищ і процесів.
- K21. Здатність моделювати фізичні системи та астрономічні явища і процеси.
- K23. Здатність виконувати теоретичні та експериментальні дослідження автономно та у складі наукової групи.
- K24. Здатність працювати з джерелами навчальної та наукової інформації.
- K25. Здатність самостійно навчатися і опановувати нові знання з фізики, астрономії та суміжних галузей.
- K26. Розвинуте відчуття особистої відповідальності за достовірність результатів досліджень та дотримання принципів академічної доброчесності разом з професійною гнучкістю.
- K29. Здатність здобувати додаткові компетентності через вибіркові складові освітньої програми, самоосвіту, неформальну та інформальну освіту.

1.3. Кількість кредитів 6.

1.4. Загальна кількість годин 180.

| |
|---|
| 1.5. Характеристика навчальної дисципліни |
| Нормативна/за вибором |
| Денна форма навчання |
| Рік підготовки |

| |
|-------------------------------------|
| 1-й |
| Лекції |
| 48 год. |
| <u>Практичні/семінарські</u> |
| 46 год. |
| Лабораторні |
| – |
| Самостійна робота |
| 86 год. |
| У тому числі індивідуальні завдання |
| – |

1.6. Заплановані результати навчання:

Згідно з освітньо-науковою програмою «Фізика та астрономія» спеціальності 104 – «Фізика та астрономія» бакалаври можуть досягти наступних результатів навчання:

–. Вміти застосовувати базові математичні знання, які використовуються у фізиці та астрономії: з аналітичної геометрії, лінійної алгебри, математичного аналізу, диференціальних та інтегральних рівнянь, теорії ймовірностей та математичної статистики, теорії груп, методів математичної фізики, теорії функцій комплексної змінної, математичного моделювання. (ПР04).

– Мати базові навички самостійного навчання: вміти відшукувати потрібну інформацію в друкованих та електронних джерелах, аналізувати, систематизувати, розуміти, тлумачити та використовувати її для вирішення наукових і прикладних завдань (ПР08).

2. Тематичний план навчальної дисципліни

1-й рік

Розділ 1. Детермінанти

Тема 1. Детермінанти 2-го порядку.

Предмет та методи аналітичної геометрії. Внутрішні зв'язки геометрії та алгебри. Геометрія та алгебра в історичному розвитку. Поняття детермінанта 2-го порядку. Система двох лінійних рівнянь з двома невідомими.

Тема 2. Детермінанти 2-го порядку.

Правило „трикутника”. Мінор та алгебраїчне доповнення елемента. Властивості детермінантів. Обчислення детермінантів іншими способами.

Тема 3. Детермінант n -го порядку. Обчислення. Властивості. Розв'язування систем рівнянь за формулами Крамера.

Розділ 2. Векторна алгебра.

Тема 4. Лінійні операції над векторами.

Додавання векторів. Властивості. Різниця векторів. Добуток вектора на скаляр. Властивості операції. Колінеарні та компланарні вектори. Ознаки їх.

Тема 5. Базис. Координати вектора.

Лінійна комбінація векторів. Поняття лінійно залежних (ЛЗ) та лінійно незалежних (ЛНЗ) векторів. Теореми про ЛЗ та ЛНЗ системи векторів; наслідки.

Поняття базису. Координати вектора. Вираз лінійних операцій над векторами через координати. Афінні координати точки. ПДСК. Поділ відрізка у даному відношенні.

Тема 6. Нелінійні координати над векторами.

Проекція вектора на вісь, на площину. Теорема про ортогональну проекцію вектора на вісь.

Скалярний добуток двох векторів. Його фізичний зміст. Властивості. Вираз через координати. Довжина вектора. Кут між векторами. Напрямні косинуси вектора. Умова перпендикулярності двох векторів. Обчислення проекцій.

Права (ліва) орієнтація трійки векторів. Векторний добуток двох векторів. Його фізичний зміст. Властивості. Вираз через координати. Умова колінеарності двох векторів.

Мішаний добуток трьох векторів. Його геометричний зміст. Вираз через координати. Властивості мішаного добутка. Умова компланарності трьох векторів.

Тема 7. Перетворення ПДСК :

а) на площині, б) у просторі. Обґрунтування виникнення кутів Ейлера. Кватерніони.

Розділ 3. Пряма на площині.

Тема 8. Рівняння лінії на площині. Загальне рівняння прямої. Рівняння прямої з кутовим коефіцієнтом, „у відрізках”. Кут між двома прямими. Умови паралельності та перпендикулярності двох прямих.

Тема 9. Нормальне рівняння прямої на площині. Зведення загального рівняння прямої до нормального вигляду. Відстань від точки до прямої.

Розділ 4. Лінії другого порядку(ЛДП).

Тема 10. Еліпс. Гіпербола. Парабола.

Лінії 2-го порядку. (ЛДП). Їх означення, канонічні рівняння. Дослідження форми ЛДП. Фокальні радіуси, ексцентриситет, директриси ЛДП. Асимптоти гіперболи. Теорема про директриси ЛДП.

Тема 11. Дотичні до ЛДП.

Дотичні до ЛДП. Оптичні властивості дотичних до еліпса, гіперболи, параболи. Полярні рівняння ЛДП. Загальне рівняння ЛДП.

Розділ 5. Площина та пряма у просторі. Поверхні 2-го порядку. (ПДП).

Тема 12. Площина.

Рівняння поверхні та лінії у просторі. Загальне рівняння площини. Кут між двома площинами. Умови паралельності та перпендикулярності двох площин. Нормальне рівняння площини. Зведення загального рівняння до нормального. Відстань від точки до площини.

Тема 13. Пряма у просторі.

Параметричні рівняння прямої у просторі. Кут між двома прямими, між прямою та площиною. Умови їх паралельності та перпендикулярності. Загальні рівняння прямої у просторі. Зведення їх до параметричного вигляду.

Тема 14. Поверхні другого порядку (ПДП).

Циліндрична поверхня. Конус. Еліпсоїд. Одно та двох порожнинний гіперболоїди. Еліптичний параболоїд. Гіперболічний параболоїд. Прямолінійні твірні ПДП.

Розділ 6. Матриці. Системи рівнянь. Квадратична форма.

Тема 15. Лінійний простір. Матриці.

Група. Лінійний простір над полем P . ЛЗ та ЛНЗ вектори. Базис. Координати. Вимірність простору. Ізоморфізм. Підпростори.

Матриця. Дії над матрицями. Властивості. Обернена матриця. Елементарні перетворення матриці.

Тема 16. Системи рівнянь.

Матричний вигляд системи рівнянь. Розв'язок квадратної системи рівнянь у матричному вигляді. Теорема Кронекера-Капелі про сумісність системи рівнянь (СР). Розв'язування СР методом Гауса. Подання загального розв'язку однорідної (неоднорідної) СР.

Тема 17. Евклідов простір . Лінійні оператори.

Поняття евклідового простору. Нерівність Коші-Буняковського. Ортонормований базис.

Лінійний оператор . Дії над лінійними операторами. Матриця лінійного оператора. Власні вектори та власні значення лінійного оператора (матриці).

Тема 18. Квадратична форма.

Квадратична форма. Зведення квадратичної форми до канонічного вигляду. Нормальний вигляд квадратичної форми. Закон інерції. Класифікація квадратичних форм . Критерій Сильвестра.

3. Структура навчальної дисципліни

| Тема | Кількість годин | | | | | |
|---|-----------------|-----------|-----------|------|------|-----------|
| | Усього | Лек. | Пр. | Лаб. | Інд. | СР |
| 1-й рік.(1 семестр) | | | | | | |
| Розділ 1. Детермінанти | | | | | | |
| 1 | 11 | 4 | 2 | – | – | 5 |
| 2 | 11 | 4 | 2 | – | – | 5 |
| 3 | 10 | 4 | 1 | – | – | 5 |
| Розділ 2. Векторна алгебра. | | | | | | |
| 4 | 11 | 4 | 2 | – | – | 5 |
| 5 | 11 | 4 | 2 | – | – | 5 |
| 6 | 10 | 4 | 1 | – | – | 5 |
| 7 | | | | | | |
| Розділ 3. Пряма на площині. | | | | | | |
| 8 | 13 | 3 | 3 | – | – | 7 |
| 9 | 13 | 3 | 3 | – | – | 7 |
| Усього годин за семестр | 90 | 30 | 16 | – | – | 44 |
| 1-й рік.(2 семестр) | | | | | | |
| Розділ 4. Лінії другого порядку(ЛДП). | | | | | | |
| 10 | 8 | 3 | 5 | – | – | 7 |
| 11 | 8 | 3 | 5 | – | – | 7 |
| Розділ 5. Площина та пряма у просторі. Поверхні 2-го порядку. (ПДП). | | | | | | |
| 12 | 8 | 2 | 4 | – | – | 5 |
| 13 | 8 | 2 | 3 | – | – | 5 |
| 14 | 8 | 2 | 3 | – | – | 4 |
| Розділ 6. Матриці. Системи рівнянь. Квадратична форма. | | | | | | |
| 15 | 8 | 1 | 2 | – | – | 4 |
| 16 | 8 | 1 | 2 | – | – | 4 |
| 17 | 8 | 2 | 3 | – | – | 3 |
| 18 | 8 | 2 | 3 | – | – | 3 |
| Усього годин за семестр | 90 | 18 | 30 | – | – | 42 |
| Усього годин | 180 | 48 | 46 | – | – | 86 |

4. Теми практичних занять

1. Поняття детермінанта 2-го порядку.
2. Система двох лінійних рівнянь з двома невідомими.
3. Правило „трикутника”.
4. Мінор та алгебраїчне доповнення елемента. Властивості детермінантів.
5. Обчислення детермінантів іншими способами.
6. . Детермінант n -го порядку. Обчислення. Властивості. Розв’язування систем рівнянь за формулами Крамера.
7. Додавання векторів . Властивості. Різниця векторів. Добуток вектора на скаляр. Властивості операції. Колінеарні та компланарні вектори.
8. Базис . Координати вектора. Лінійна комбінація векторів. Поняття Лінійно залежних (ЛЗ) та лінійно незалежних (ЛНЗ) векторів. Теореми про ЛЗ та ЛНЗ системи векторів; наслідки.
9. Вираз лінійних операцій над векторами через координати . Афінні координати точки. ПДСК. Поділ відрізка у даному відношенні.
10. Проекція вектора на вісь, на площину. Теорема про ортогональну проекцію вектора на вісь.
11. Скалярний добуток двох векторів . Його фізичний зміст. Властивості. Вираз через координати. Довжина вектора. Кут між векторами. Напрямні косинуси вектора. Умова перпендикулярності двох векторів. Обчислення проекцій.
12. Права(ліва) орієнтація трійки векторів. Векторний добуток двох векторів. Його фізичний зміст. Властивості. Вираз через координати . Умова колінеарності двох векторів.
13. Мішаний добуток трьох векторів. Його геометричний зміст. Вираз через координати. Властивості мішаного добутка. Умова компланарності трьох векторів.
14. Перетворення ПДСК :
 - а) на площині, б) у просторі. Обґрунтування виникнення кутів Ейлера. Кватерніони.
15. Рівняння лінії на площині. Загальне рівняння прямої. Рівняння прямої з кутовим коефіцієнтом „у відрізках”. Кут між двома прямими. Умови паралельності та перпендикулярності двох прямих.
16. Нормальне рівняння прямої на площині . Зведення загального рівняння прямої до нормального вигляду. Відстань від точки до прямої.
17. Рівняння поверхні та лінії у просторі. Загальне рівняння площини. Кут між двома площинами. Умови паралельності та перпендикулярності двох площин. Нормальне рівняння площини . Зведення загального рівняння до нормального. Відстань від точки до площини
18. Параметричні рівняння прямої у просторі. Кут між двома прямими, між прямою та площиною. Умови їх паралельності та перпендикулярності. Загальні рівняння прямої у просторі. Зведення їх до параметричного вигляду.
19. Циліндрична поверхня. Конус. Еліпсоїд. Одно-та двох порожнинний гіперболоїд. Еліптичний параболоїд. Гіперболічний параболоїд. Прямолінійні твірні ПДП.
20. Група. Лінійний простір над полем P . ЛЗ та ЛНЗ вектори. Базис. Координати. Вимірність простору. Ізоморфізм. Підпростори.
21. Матриця. Дії над матрицями. Властивості. Обернена матриця. Елементарні перетворення матриці.
22. Матричний вигляд системи рівнянь. Розв’язок квадратної системи рівнянь у матричному вигляді. Теорема Кронекера-Капелі про сумісність системи рівнянь (СР). Розв’язування СР методом Гауса. Подання загального розв’язку однорідної (неоднорідної) СР.
23. Поняття евклідового простору. Нерівність Коші-Буняковського. Ортонормований базис.

24. Лінійний оператор . Дії над лінійними операторами. Матриця лінійного оператора. Власні вектори та власні значення лінійного оператора (матриці).

25. Квадратична форма. Зведення квадратичної форми до канонічного вигляду. Нормальний вигляд квадратичної форми. Закон інерції. Класифікація квадратичних форм . Критерій Сильвестра.

5. Теми лабораторних занять

Не передбачено навчальним і робочим планом

6. Завдання для самостійної роботи

1. Обчислення детермінантів вищих порядків.
2. Розв'язання СЛАР методом Гауса. Поняття довільності вибору розв'язку невизначених СЛАР.
3. Різні системи координат, Розкладання вектора за довільними базисом.
4. Поняття власного та невластного перетворення евклідового простору. Поняття орієнтації базису.
5. Різні способи задання лінії у просторі довільного виміру.
6. Поняття групи. Матричне та інші представлення груп. Групи перетворення евклідового простору.
7. Матричне представлення комплексних чисел. Кватерніони. Їх застосування при опису фізичних явищ.
8. Криві другого порядку у полярній системі координат.
9. Оптичні властивості кривих другого порядку..
10. Застосування КДП у фізиці, астрономії, медицині..
11. Матричне представлення лінійного оператора. Види матриць над полями дійсних та комплексних чисел.
12. Різні методи зведення квадратичних форм до канонічного вигляду.
13. Спектр лінійного оператора.
14. Важливі групи перетворень в геометрії та фізиці. Їх представлення та властивості..

7. Індивідуальні завдання

Не передбачено навчальним і робочим планом

8. Методи навчання

При викладанні дисципліни використовуються інтерактивні методи навчання, наочні методи навчання. Базовими методами навчання є лекції, проведення практичних занять та виконання завдань самостійної роботи.

Під час проведення лекцій використовуються наступні методи навчання: пояснювально-ілюстративний метод або інформаційно-рецептивний; репродуктивний метод (репродукція - відтворення); метод проблемного викладу; частково-пошуковий, або евристичний метод. Під час практичних занять використовуються наступні методи навчання: метод проблемного викладу, пояснювально-ілюстративний метод, частково-пошуковий, або евристичний метод; дискусійний метод. Під час самостійної роботи використовується дослідницький метод навчання.

9. Методи контролю

Формою контролю навчальних здобутків студентів під час вивчення кожної теми занять є поточний контроль: наявність конспекту, аудиторне опитування, активність, своєчасне та якісне виконання завдань самостійної роботи.. Кожний розділ завершується модульною контрольною роботою з теорії та практики окремо.

10. Схема нарахування балів

Підсумкові бали для оцінки знань, отриманих студентами при вивченні окремих розділів курсу, розраховуються таким чином:

| Поточний контроль: конспект, опитування, активність | | | | Модульна робота: своєчасність та якість виконання | Сума | | |
|---|------------|------------|----------------------|---|------------|----------|--|
| | | Лекції | Практичні заняття | | | Разом | |
| Розділ 1 | | | | | | | |
| | | (8 год) | (8 год) | | | (16 год) | |
| T1 | T2 | T3 | | | | | |
| Загальна оцінка за Розділ 1 (OP1) | | | | 70 | 100 | | |
| Розділ 2 | | | | | | | |
| | | (8 год) | (8 год) | | | (16 год) | |
| T4 | T5 | T6 | T7 | | | | |
| Загальна оцінка за Розділ 2 (OP2) | | | | 70 | 100 | | |
| Розділ 3 | | | | | | | |
| | | (8 год) | (8 год) | | | (16 год) | |
| T8 | T9 | | | | | | |
| Загальна оцінка за Розділ 3 (OP3) | | | | 70 | 100 | | |
| Розділ 4 | | | | | | | |
| | | (8 год) | (6 год) | | | (14 год) | |
| T10 | T11 | | | | | | |
| Загальна оцінка за Розділ 4 (OP4) | | | | | | | |
| Розділ 5 | | | | | | | |
| | | | | | | | |
| T12 | T13 | T14 | | | | | |
| Загальна оцінка за Розділ 5 (OP5) | | | | 70 | 100 | | |
| Розділ 6 | | | | | | | |
| | | (8 год) | (8 год) | | | (16 год) | |
| T15 | T16 | T17 | T18 | | | | |
| Загальна оцінка за Розділ 6 (OP6) | | | | 70 | 100 | | |

11. Критерії оцінювання навчальних досягнень

Підсумковий семестровий контроль 1-го року (1семестр) підготовки (екзамен) здійснюється за слідуною схемою: В кінці кожного з трьох модулів проводиться письмова контрольна робота з практики та теорії окремо та виставляється загальна оцінка за розділ (**OP1,OP2,OP3**). В окремих випадках проводиться також усне опитування. По сумі балів студент отримує оцінку за таким розподілом:

| | |
|--------------|--------|
| Відмінно | 90-100 |
| Добре | 75-89 |
| Задовільно | 60-74 |
| Незадовільно | 0-59 |

Підсумковий бал (ПБ) семестрового контролю 1-го року підготовки (екзамен) розраховується за формулою:

$$\text{ПБ} = (\text{OP1} + \text{OP2} + \text{OP3})/3$$

Підсумковий семестровий контроль 1-го року (2 семестр) підготовки (екзамен) здійснюється за слідуною схемою: В кінці кожного з трьох модулів проводиться письмова контрольна робота з практики та теорії окремо та виставляється загальна оцінка за розділ (**OP4,OP5,OP6**). В окремих випадках проводиться також усне опитування. По сумі балів студент отримує оцінку за таким розподілом:

| | |
|--------------|--------|
| Відмінно | 90-100 |
| Добре | 75-89 |
| Задовільно | 60-74 |
| Незадовільно | 0-59 |

Підсумковий бал (ПБ) семестрового контролю 1-го року (2 семестр) підготовки (екзамен) розраховується за формулою:

$$\text{ПБ} = (\text{OP4} + \text{OP5} + \text{OP6})/3$$

Шкала оцінювання

| Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру | Оцінка | | |
|--|----------------|-------------------------------------|----------------------------------|
| | за шкалою ЄКТС | для чотирирівневої шкали оцінювання | для дворівневої шкали оцінювання |
| 90 – 100 | A | Відмінно | Зараховано |
| 85-89 | B | Добре | |
| 75-84 | C | | |
| 70-74 | D | | |
| 60-69 | E | Задовільно | Не зараховано |
| 35-59 | FX | Незадовільно | |
| 1-34 | F | | |

12. Рекомендована література

Перелік навчально-методичної літератури

1. Основна література

1. В.А.Ильин, Э.Г.Позняк. Аналитическая геометрия. М. Наука, 1978.
2. В.А.Ильин, Э.Г.Позняк. Линейная алгебра. М. Наука, 1984.
3. В.П.Білоусова та ін. Аналітична геометрія .Київ. 1973.
4. Л.И.Головина. Линейная алгебра и некоторые ее приложения. М. Наука, 1975.
5. П.С.Александров. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. М. Наука, 1979.
6. Д.В.Клетеник. Сборник задач по аналитической геометрии. М. Наука, 1980.
7. И.В.Проскураков. Сборник задач по линейной алгебре. М. Наука, 1984.
8. О.Н.Цубербиллер. Задачи и упражнения по аналитической геометрии. М. Наука, 1966.

2. Додаткова література

1. Гаврильченко М.Л., Аналітична геометрія, Одеса-Астропринт, 1999.
2. Моденов П.С., Пархоменко А.С. Сборник задач по аналитической геометрии. М., Наука, 1976.

13. Посилання на інформаційні ресурси в Інтернеті

1. Е-бібліотеки: <https://read.in.ua/> ; <https://library.kre.dp.ua/Books/2-4%20kurs/>
2. Аналітична геометрія та лінійна алгебра. Вікіпедія: <http://en.wikipedia.org/>
3. Безкоштовний архів е-публікацій наукових статей з астрономії, фізики, математики: <https://arxiv.org/>
4. Сайт «Помилки та фальсифікації в наукових дослідженнях»:
<http://false-science.ucoz.ua/>
5. Центр забезпечення якості освіти ОНУ імені І.І.Мечникова, академічна доброчесність: <http://onu.edu.ua/uk/geninfo/tsentr-zabezpechennia-iaкости-osvity>