# МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ОДЕСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ім. І. І. МЕЧНИКОВА

Кафедра фізики твердого тіла і твердотільної електроніки

Птащенко О. О.

## КВАНТОВА ЕЛЕКТРОНІКА

методичний посібник до курсів лекцій "Нелінійна оптика і квантова електроніка", та "Квантова електроніка і оптоелектроніка"

для студентів 3 і 5 курсів

ОДЕСА – 2006 р.

Електронний варіант методичного посібника видано згідно з рішенням Ради фізичного факультету

від 25 грудня 2006 р., протокол № 4

Укладач: професор Птащенко О. О.

Рецензенти: професор Ваксман Ю. Ф.

доцент Маслєєва Н. В.

© О. О. Птащенко, 2006

#### ВСТУП

Квантова електроніка вивчає і використовує квантові явища, пов'язані з вимушеним (стимульованим) випромінюванням, для генерації, підсилення та перетворення когерентних електромагнітних хвиль.

Поняття про вимушене випромінювання було введено А. Ейнштейном у 1916 р. Вимушене випромінювання – це випромінювання речовиною квантів електромагнітного поля (фотонів) під дією електромагнітного поля (фотонів). При цьому генеровані фотони мають ті ж параметри (енергію, напрям поширення, поляризацію і фазу) що й первинні фотони.

Квантова електроніка зародилася у 1954 р., коли російські фізики М. Г. Басов і О. М. Прохоров і одночасно американські вчені Дж. Гордон, Г. Цайгер і Ч. Таунс опублікували повідомлення про створення квантового генератора НВЧ діапазону (**мазера**) на пучку молекул аміаку. Перший оптичний квантовий генератор (ОКГ, **лазер**, від «Light Amplification by the Stimulated Emission of Radiation»), був створений Т. Мейманом (США) у 1960 р. на синтетичному рубіні. У тому ж році групою А. Шавлова (США) була виявлена когерентність і направленість вимушеного випромінювання. З того часу почався бурхливий розвиток квантової електроніки та її проникнення у всі галузі науки і техніки.

За допомогою методів квантової електроніки створено сучасні стандарти метра та секунди, досягнуто надвисоких температур в сотні мільйонів градусів та наднизьких температур у діапазоні нанокельвін. Численні сучасні цивільні та військові технології, системи зв'язку, надточні системи навігації та локації, побутові прилади використовують досягнення квантової електроніки. Методи та прилади квантової електроніки використовуються у всіх галузях науки.

## 1. ВЗАЄМОДІЯ ЕЛЕКТРОМАГНІТНОГО ВИПРОМІНЮВАННЯ З РЕЧОВИНОЮ

### 1.1. Квантові характеристики електромагнітного випромінювання та речовини

1.1.1. Основні характеристики електромагнітного випромінювання

Просторово-часове описання електромагнітних хвиль здійснюється за допомогою рівнянь Максвела. Рішення системи рівнянь Максвела y зобразити однорідному середовищі можна ЯК суперпозицію плоских плоскої монохроматичної хвилі монохроматичних ХВИЛЬ. Для зміна електричного вектора в просторі та за часом виражається рівністю

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \cos(\omega t - \vec{k}\vec{r} + \delta), \qquad (1)$$

або в комплексній формі

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \exp[i(\omega t - \vec{k}\vec{r})], \qquad (2)$$

де  $\vec{r}$  – радіус-вектор; t – час;  $\omega = \frac{2\pi}{T}$  – циклічна частота; T –період коливань;  $\vec{k}$  – хвильовий вектор. Його модуль  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ ;  $\lambda$  – довжина хвилі. Напрям вектора  $\vec{k}$  збігається з напрямом поширення хвиль;  $\delta$  – початкова фаза коливань. При цьому  $\lambda = \frac{c}{n}T$ , де c – швидкість світла у вакуумі, n – показник заломлення середовища.

Аналогічні рівності можна записати для магнітного вектора *Н*.

Дві хвилі називаються когерентними, якщо різниця фаз між ними фіксована. Для когерентного випромінювання двох оптичних пучків потрібно: а) щоб ці дві хвилі були монохроматичними; б) щоб частоти коливань у цих двох хвилях збігалися; в) щоб фази цих хвиль були жорстко пов'язані. Абсолютно монохроматичного випромінювання не існує, тому що немає абсолютно дискретних (з нескінченно малою шириною) стаціонарних рівнів енергії квантових систем. Причиною цього є **принцип невизначеності**, що відображається формулою

$$\Delta E \Delta t \ge \hbar, \tag{3}$$

де  $\Delta E$  - ширина (невизначеність) енергетичного рівня системи;  $\Delta t$  - час життя системи на цьому рівні. Система не може нескінченно довго знаходитися в збудженому стані; вона з певною ймовірністю спонтанно переходить в один із станів з меншою енергією. Абсолютної когерентності на може існувати. Когерентність може бути просторовою і часовою. Якщо випромінювання має спектральну ширину  $\Delta v$  (що відповідає зміні довжини хвилі  $\Delta \lambda$ ), тоді довжиною когерентності називають таку відстань вздовж променя, на якій хвилі з різницею довжини  $\Delta \lambda$  набувають різниці фаз, яка дорівнює  $2\pi$ . Тоді, якщо фотони будуть мати всі фази від 0 до  $2\pi$ , інтерференційної картини не буде, тобто не буде когерентності хвиль.

Для плоскої монохроматичної електромагнітної хвилі, при її поширенні вздовж осі *x*, формулу (2) можна записати у вигляді

$$E(x,t) = E_0 \exp\left[i2\pi\left(vt - \frac{x}{\lambda}\right)\right].$$
(3)

Залежність E(x,t) для реальної (немонохроматичної) хвилі можна представити як суперпозицію монохроматичних хвиль у деякому інтервалі довжин хвилі  $\Delta\lambda$  та частот  $\Delta\nu$ . Тоді різниця фаз між хвилями, що відрізняються за довжиною на  $\Delta\lambda$ , буде складати  $2\pi$ , якщо хвилі пройдуть відстань  $x_k$ , яка визначається виразом

$$x_k \left| \Delta \frac{1}{\lambda} \right| = 1. \tag{4}$$

Тоді, за визначенням, довжина когерентності електромагнітної хвилі

$$x_k = \frac{\lambda^2}{\Delta \lambda} \,. \tag{5}$$

**Час когерентності** світлового пучка – це час, за який хвилі з різницею частот  $\Delta v$  набувають різниці фаз  $2\pi$ . З врахуванням формули (3) це означає, що

$$t_k \cdot \Delta v = 1, \tag{6}$$

Звідки час когерентності

$$t_k = \frac{1}{\Delta \nu}.\tag{7}$$

Таким чином, когерентність електромагнітних хвиль обмежена у просторі і в часі.

**Густина енергії** електромагнітної хвилі (енергія, розрахована на одиницю об'єму; одиниця вимірювання Дж/м<sup>3</sup>) визначається формулою

$$\rho = \frac{1}{2} \left( \varepsilon_0 \varepsilon E^2 + \mu_0 \mu H^2 \right), \tag{8}$$

де  $\varepsilon_0$  – електрична стала,  $\varepsilon$  – діелектрична проникність середовища, в якому поширюється хвиля;  $\mu_0$  – магнітна стала;  $\mu$  – магнітна проникність даного середовища.

Густина потоку енергії (вектор Умова – Пойнтінга) за модулем визначається рівністю

$$S = \frac{c}{n}\rho, \qquad (9)$$

а напрям вказаного вектора збігається з напрямом вектора  $\vec{k}$ .

Густина потоку фотонів визначається формулою

$$L = \frac{1}{h\nu}S,$$
(10)

де *h* – стала Планка; *v* – частота коливань (в Гц).

Для немонохроматичних хвиль величини  $\rho$ , S, L знаходяться інтегруванням по частоті, а для не плоских хвиль – інтегруванням по тілесному куту.

#### 1.1.2. Основні квантові характеристики речовини

Якщо потенціальна енергія квантової системи (наприклад, атома) не залежить від часу, то така система має **стаціонарні стани**. Кожний стаціонарний стан характеризується своєю **хвильовою функцією**, яка визначає просторові характеристики стану, і певним (**власним**) **значенням енергії**.

Розподіл енергетичних станів може бути як дискретним ( в атомах, молекулах і т.п.), так і неперервним ( для вільних частинок, електронів у твердих тілах і т. п.).

Наприклад, для атома водню власні значення енергії визначаються (в першому наближенні) рівністю

$$E_n = -\frac{R}{n^2},\tag{11}$$

де R = 13,6 еВ – стала Рідберга; n = 1,2,3... – головне квантове число.

#### 1.2. Взаємодія електромагнітних хвиль з речовиною

В квантовій електроніці вивчаються і використовуються такі процеси взаємодії електромагнітних хвиль з речовиною: поглинання, спонтанне та стимульоване випромінювання фотонів.

Нехай квантова система (яку для скорочення будемо називати атомом) має два енергетичних рівні  $E_1$  та  $E_2$ , як показано на рис.1.

Згідно з другим постулатом Бора, перехід з нижнього у верхній стаціонарний стан (показаний стрілкою 1) може відбутися при поглинанні фотона з енергією

$$hv = E_2 - E_1. \tag{1}$$

Дана рівність являє собою закон збереження енергії при поглинанні фотона.

Квантова електродинаміка доводить, що квантова система не може нескінченно довго знаходитися у збудженому стані. Внаслідок взаємодії з вакуумом (найнижчим за енергією станом) електромагнітного поля система



Ри

спонтанно, самочинно переходить i3 збудженого стану В стан 3 меншою енергією, випромінюючи фотон. Спонтанний перехід системи показано стрілкою 2 на рис. 1. При спонтанному переході виконується закон збереження енергії (1). Основні параметри спонтанно

випромінюваних фотонів, такі як напрям випромінювання, поляризація, початкова фаза, є **випадковими**.

А.Ейнштейном в 1916 році було показано, що, крім поглинання та спонтанного випромінювання, існує **вимушене** (**стимульоване**) випромінювання фотонів квантовими системами під дією електромагнітної хвилі. Відповідний перехід квантової системи показано стрілкою 3 на рис.1. При стимульованих переходах всі параметри генерованих фотонів (енергія, напрям поширення, поляризація, початкова фаза) збігаються з параметрами первинних (стимулюючих) фотонів.

#### 1.2.1. Поглинання електромагнітних хвиль (фотонів)

Поглинання електромагнітних хвиль характеризується коефіцієнтом поглинання α. Якщо плоска монохроматична електромагнітна хвиля поширюється вздовж осі *x*, то густина потоку фотонів

$$L(x) = L(0) \exp(-\alpha x).$$
<sup>(2)</sup>

Звідси видно, що коефіцієнт поглинання можна визначити як

$$\alpha = -\frac{1}{L}\frac{dL}{dx}.$$
(3)

Коефіцієнт поглинання чисельно дорівнює відносному зменшенню потоку фотонів на одиниці довжини променя. Аналогічні рівності можна записати для величин густини енергії *р* та густини потоку енергії S. З формули (3) видно, що одиниця вимірювання коефіцієнта поглинання – см<sup>-1</sup>.

**Ймовірність поглинання** фотона виражається аналогічними формулами, але не в просторі, а в часі. Зміна потоку фотонів за час поширення *t* 

$$L(t) = L(0) \exp(-wt). \tag{4}$$

Тоді

$$w = -\frac{1}{L}\frac{dL}{dt}.$$
(5)

**Ймовірність поглинання** фотона ( за одиницю часу ) – відносне зменшення потоку фотонів за одиницю часу. З формули (5) видно, що одиниця вимірювання ймовірності поглинання фотона – с<sup>-1</sup>.

Величини а і w пов'язані між собою співвідношенням

$$\alpha = -\frac{n}{c}w.$$
 (6)

Визначимо **ймовірність переходу квантової системи**. Нехай квантова система (атом) має два енергетичних рівні, як показано на рисунку 1. Якщо за 1с в одиниці об'єму речовини відбувається  $Z_{12}$  переходів з рівня 1 на рівень 2, то ймовірність такого переходу ( за одиницю часу ) визначається як

$$W_{12} = \frac{Z_{12}}{N_1},\tag{7}$$

де  $N_1$  – число атомів на рівні 1 в одиниці об'єму. З формули (7) видно, що одиниця вимірювання ймовірності переходу атома – с<sup>-1</sup>.

Інтенсивність переходів  $1 \rightarrow 2$  квантової системи (атома)— це число таких переходів у одиниці об'єму, що відбуваються за одиницю часу:

$$Z_{12} = W_{12}N_1. (8)$$

Ймовірність переходів атомів із стану 1 до стану 2 під дією фотонів пропорційна до густини потоку фотонів

$$W_{12} = \sigma_{12}L. \tag{9}$$

Величина  $\sigma_{12}$  має розмірність площі і називається перерізом даного переходу  $1 \rightarrow 2$ .

З іншого боку, якщо поглинання кожного фотона супроводжується переходом 1→2 квантової системи, то

$$Z_{12} = \alpha L \,. \tag{10}$$

Звідси видно, що

$$\sigma_{12}N = \alpha \,. \tag{11}$$

Співвідношення (4), (5), (9)–(11) справедливі для переходів атомів під дією **монохроматичного** випромінювання. У **загальному випадку** можна ввести поняття про **спектральну густину** ймовірності переходів атомів  $\frac{\partial W_{12}}{\partial v}$ , так що ймовірність переходів атомів визначається як

$$W_{12} = \int_{0}^{\infty} \frac{\partial W_{12}}{\partial v} dv.$$
<sup>(12)</sup>

А. Ейнштейном введено такий вираз для розрахунків спектральної густини ймовірності переходів:

$$\frac{\partial W_{12}}{\partial v} = B_{12} S(v) \rho_v, \tag{13}$$

де  $B_{12}$  – коефіцієнт Ейнштейна для переходу 1 –> 2 при поглинанні фотонів; S(v) – функція форми спектральної лінії (формфактор);  $\rho_v$  – спектральна густина енергії електромагнітних хвиль:

$$\rho_{\nu} \equiv \frac{d\rho}{d\nu} \,. \tag{14}$$

Функція форми спектральної лінії одна і та ж для поглинання, спонтанного та стимульованого випромінювання.



Рис.2

На рис. 2 схематично показана функція форми спектральної лінії.

Ширина спектральної лінії  $\Delta v$  – величина спектрального інтервалу, на межах якого ймовірність переходу атомів у 2 рази менша її максимальної величини  $S(v_0)$ .

У формулу (13) величини *B*<sub>12</sub> та *S*(*v*) входять як співмножники. Величину *B*<sub>12</sub> завжди беруть такою, щоб **функція форми** спектральної лінії була нормована:

$$\int_{0}^{\infty} S(v) dv = 1$$
(15)

Спектр **немонохроматичного** випромінювання, тобто залежність  $\rho_v(v)$  можна зобразити, як показано на рис. 3.

Можна ввести ширину спектру випромінювання  $\delta v$  як ширину спектрального інтервалу, на границях якого спектральна густина енергії  $\rho_v$  в два рази менша від свого максимального значення  $\rho_m$ .

Для процесу поглинання електромагнітне випромінювання можна вважати **монохроматичним**, якщо  $\delta v \ll \Delta v$ , як схематично показано на рис.4. Така ситуація звичайно реалізується, наприклад, коли лазерне випромінювання падає на атоми. Ймовірність переходу 1  $\rightarrow$  2 атомів під дією електромагнітного поля можна знайти за формулою (12), з використанням формули Ейнштейна (13):

$$W_{12} = B_{12} \int_{0}^{\infty} S(v) \rho_{v}(v) dv \,. \tag{16}$$



За врахуванням того, що  $\delta v \ll \Delta v$ , підінтегральна функція відмінна від нуля тільки у вузькій області частот поблизу  $v = v_0$ , де  $\rho_v \neq 0$ . У цій області зміною S(v) можна знехтувати, тобто покласти  $S(v) = S(v_0') = \text{сonst.}$  Тоді  $W_{12} = B_{12}S(v_0') \int_{0}^{\infty} \rho_v(v) dv$ . За врахуванням того,

Рис.3

$$\operatorname{III}_{0} \int_{0}^{\rho_{v} dv = \rho}, \text{ одержимо}$$

$$W_{12}(v) = B_{12} S(v) \rho, \qquad (17)$$

де *S*(*ν*) – значення функції форми спектральної лінії при частоті, яка відповідає частоті падаючого випромінювання; *ρ* – густина енергії цього випромінювання.

Для випадку поглинання істотно немонохроматичного випромінювання залежності S(v) і  $\rho_v(v)$  показані на рис 5. При цьому  $\Delta v \ll \delta v$ . Така ситуація звичайно відповідає взаємодії атомів з тепловим випромінюванням. У цьому випадку в інтегралі (16) підінтегральна функція відрізняється від 0 лише у вузькій області частот поблизу  $v = v_0$ , де  $S(v) \neq 0$ . У цій області величина  $\rho_v$ практично не змінюється. Тому під інтегралом можна покласти  $\rho_v = \rho_v(v_0) = const$ , що дасть

 $W_{12} = B_{12} \rho_v(v_0) \int_0^\infty S(v) dv$ . З урахуванням умови нормування (15) функції S(v)

отримаємо

$$W_{12} = B_{12} \rho_{\nu}(\nu_0), \tag{18}$$



ато

ма (на резонансній частоті). Таким чином, якщо випромінювання істотно немонохроматичне, ширина спектральної лінії не впливає на ймовірність переходу. Експериментально можна знайти коефіцієнт Ейнштейна для поглинання фотонів, пов'язаного з переходами між енергетичними рівнями m, вимірявши спектр поглинання  $\alpha$  (hv) та знаючи концентрацію поглинаючих центрів (атомів, молекул і т.п.).

Спрощена блок-схема для вимірювання спектрів поглинання речовин в оптичній області показана на рис. 6. Випромінювання із джерела Д за допомогою конденсора  $K_1$  збирається на вхідній щілині монохроматора М. Виділені монохроматором промені з частотою коливань *v* через конденсор  $K_2$  подаються на зразок 3. Випромінювання, що пройшло через зразок, попадає на фотоприймач ФП, сигнал якого вимірюється реєструючою системою РС. Для визначення коефіцієнта поглинання  $\alpha(hv)$  необхідно знати (чи виміряти) коефіцієнт відбивання R(hv), а також виміряти товщину зразка.

Розрахункам коефіцієнта Ейнштейна  $B_{12}$  та функції форми спектральної лінії S(v) за виміряним спектром поглинання  $\alpha(hv)$  присвячена задача 1.1.

#### 1.2.2.Спонтание випромінювания

Спонтанне випромінювання – суто випадковий процес. Тому момент випромінювання фотонів, початкова фаза електромагнітної хвилі, напрям її



Рис.6

поширення та поляризація являють собою випадкові величини.

Якщо квантова система стаціонарні рівні має 3a номерами 1 і 2, то спонтанний перехід з верхнього рівня (2-го) на нижній з випромінюванням фотона характеризується ймовірністю переходу 3a одиницю часу А<sub>21</sub>. Величина А<sub>21</sub> коефіцієнтом називається

Ейнштейна для спонтанного переходу з рівня 2 на рівень 1. Розмірність даного коефіцієнта  $[A_{21}] = c^{-1}$ . Інтенсивність спонтанних переходів 2  $\rightarrow 1$  (число переходів у одиниці об'єму за 1с) визначається формулою

$$Z_{21}^c = A_{21}N_2, (19)$$

де N<sub>2</sub> – концентрація атомів, що знаходяться у стані 2.

Можна показати (при рішенні задачі 1.2), що

$$A_{21} = \tau_{21}^{-1}, \tag{20}$$

де  $\tau_{21}$  – середній час життя верхнього стану відносно даного переходу.

У оптиці нерівноважне спонтанне випромінювання називається люмінесценцією. Загальноприйняте визначення терміну "люмінесценція": це додаткове по відношенню до рівноважного (теплового) випромінювання, яке характеризується інерційністю  $\tau \gg T$ , де T – період електромагнітних коливань. Це визначення, запропоноване академіком С. В. Вавіловим, відрізняє люмінесценцію від теплового випромінювання, а також від процесів відбивання та розсіювання світла.

Експериментально коефіцієнт Ейнштейна A<sub>21</sub> можна визначити, якщо



Рис.7

виміряти процес затухання (релаксації) люмінесценції після закінчення збудження. Блок-схема установки для дослідження кінетики люмінесценції речовин схематично показана на рис. 7.

Система збудження C3 переводить квантові об'єкти у зразку З в збуджений стан. Система збудження може бути оптичною (включати імпульсне джерело світла). Тоді ми маємо фотолюмінесценцію. Якщо збудження відбувається за допомогою електричного поля, випромінювання називається електролюмінесценцією. Люмінесценція під дією пучка прискорених електронів («катодних променів») називається катодолюмінесценцією. Люмінесценцію можна збуджувати за допомогою рентгенівських променів та інших іонізуючих випромінювань. Для вимірювання кінетики затухання люмінесценції важливо, щоб збудження припинялось за час  $\Delta t \ll \tau$ , де  $\tau$  – час життя збудженого стану квантової системи. Після закінчення збудження число частинок у 2-му (збудженому) стані  $N_2(t)$  буде визначатися диференціальним рівнянням

$$\frac{dN_2}{dt} = -A_{21}N_2. (21)$$

Враховуючи, що при кожному із спонтанних переходів  $2 \rightarrow 1$ , інтенсивність яких визначається формулою (19), випромінюється фотон, число випромінюваних фотонів і пропорційне до нього число фотонів, що реєструється,  $\Phi(t)$  буде підкорятися аналогічному рівнянню

$$\frac{d\Phi}{dt} = -A_{21}\Phi.$$
(22)

Якщо в момент часу t=0 початкові значення величин  $N_2(0) = N_2^0$ ;  $\Phi(0) = \Phi_0$ , то рішення рівнянь (21) і (22) дасть

$$N_2(t) = N_2^0 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right),\tag{23}$$

$$\Phi(t) = \Phi_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right).$$
(24)

де  $\tau = A_{21}^{-1}$ . Якщо за експериментальними даними побудувати графік  $\ln \frac{\Phi(t)}{\Phi_0}$ , то

одержимо відрізок прямої лінії, як показано на рис. 8. Знайшовши нахил прямої



Рис.8.

 $\ln \frac{\Phi}{\Phi_0}(t)$  за методом найменших квадратів, величину  $\tau$  можна розрахувати за

формулою

$$\tau^{-1} = -\frac{\Delta \ln(\Phi / \Phi_0)}{\Delta t}, \qquad (25)$$

яка випливає з (24).

#### 1.2.3. Стимульоване випромінювання

Як уже згадувалося, стимульоване випромінювання відбувається при переході квантової системи з верхнього енергетичного стану на нижній під дією резонансного електромагнітного поля. При цьому всі параметри генерованих фотонів збігаються з відповідними параметрами падаючих (стимулюючих) фотонів. Це означає, що первинні і вторинні фотони принципово нерозрізненні.

Всі рівності для ймовірності переходів при **стимульованому** випромінюванні відрізняються від відповідних формул для переходів при поглинанні фотонів лише порядком індексів. Так, для **спектральної густини** ймовірності переходу зі стану 2 в стан 1 аналогічно до формули (13) можна записати:

$$\frac{\partial W_{21}}{\partial v} = B_{21} S(v) \rho(v) , \qquad (26)$$

де  $B_{21}$  –коефіцієнт Ейнштейна для переходу 2  $\rightarrow$  1; S(v)– та ж сама функція форми спектральної лінії, що і для переходу 1  $\rightarrow$  2;  $\rho_v$ – густина енергії електромагнітного поля.

Для ймовірності стимульованого випромінювання під дією **монохроматичної хвилі** подібно до (17) одержимо

$$W_{21}(\nu) = B_{21}S(\nu)\rho_{\perp}$$
(27)

Та ж сама ймовірність переходу виражається через густину потоку монохроматичних фотонів аналогічно до (9):

$$W_{21} = \sigma_{21}(h\nu)L, \qquad (28)$$

де величина  $\sigma_{21}$  має розмірність площі і називається перерізом даного переходу  $2 \rightarrow 1$ .

Якщо стимульовані переходи відбуваються під дією істотно немонохроматичного випромінювання, то ймовірність переходу  $2 \rightarrow 1$ , аналогічно до формули (18), має вигляд

$$W_{21} = B_{21} \rho_{\nu} (\nu_0), \qquad (29)$$

де  $\rho_v(v_0)$  – спектральна густина енергії падаючого випромінювання на резонансній частоті  $v_0$ .

Коефіцієнти Ейнштейна для переходів квантової системи при поглинанні, спонтанному та стимульованому випромінюванні фотонів пов'язані між собою. Цей зв'язок був знайдений А. Ейнштейном із умови детальної рівноваги між квантовою системою (речовиною) та тепловим випромінюванням.

Розподіл енергії в спектрі теплового випромінювання (формулу Планка) можна знайти, розв'язавши задачу 1.3.

#### 1.3. Зв'язок між коефіцієнтами Ейнштейна

Альберт Ейнштейн, вивчаючи теоретично умови детальної рівноваги між речовиною та тепловим електромагнітним випромінюванням, дійшов до висновку, що, крім поглинання та спонтанного випромінювання фотонів, повинно відбуватися стимульоване випромінювання фотонів. Він же знайшов



Рис.9

зв'язок між ймовірностями цих трьох процесів.

Одержимо співвідношення між коефіцієнтами Ейнштейна В<sub>12</sub>, В<sub>21</sub> та А<sub>21</sub> із умови детальної рівноваги. Нехай ми маємо квантову систему (будемо називати для скорочення – атоми) зі стаціонарними енергетичними

рівнями  $E_1$  і  $E_2$  (ці 2 рівні ми довільно вибираємо із енергетичного спектру атомів). Енергетичні рівні можуть бути невиродженими, або ж виродженими. В останньому випадку ту ж енергію, наприклад,  $E_1$ , мають декілька станів, які відрізняються своїми хвильовими функціями (просторовими характеристиками). Кількість таких станів, що мають одну і ту ж енергію  $E_1$ , називають кратністю виродження (друга назва – фактор виродження) рівня  $E_1$  і позначають її  $g_1$ . Аналогічно вводиться величина  $g_2$  – кратність виродження рівня  $E_2$ . Ймовірності відповідних переходів між двома енергетичними рівнями показані на рис. 9. Якщо концентрація атомних об'єктів (наприклад, атомів) складає N, то частина з них, яку позначимо як N<sub>1</sub>, буде мати енергію  $E_1$ , а N<sub>2</sub> – енергію  $E_2$ . У рівновазі, за статистикою Больцмана, має місце співвідношення

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{g_2}{g_1} \exp\left(-\frac{E_2 - E_1}{kT}\right),$$
(1)

де k — постійна Больцмана; T— температура речовини,  $g_1$ ,  $g_2$  — кратності виродження рівнів  $E_1$  та  $E_2$ .

Розподіл рівноважних фотонів за енергією визначається статистикою Бозе–Ейнштейна. За цією статистикою заселеність даного стану фотонів (середнє число фотонів у даному стані) з енергією E = hv, де h – постійна Планка, визначається формулою (функцією розподілу)

$$f(h\nu) = \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1},$$
(2)

За врахуванням залежності густини станів від енергії, спектральна густина енергії рівноважних фотонів  $\rho_v$  визначається формулою Планка

$$\rho_{v} = \frac{8\pi hn^{3}}{c^{3}} \frac{v^{3}}{e^{\frac{hv}{kT}} - 1},$$
(3)

де с – швидкість світла у вакуумі, *n* – показник заломлення речовини. Виведення формули Планка наведено в Додатку 1.

Взаємодія між атомом і фотонами зумовлює переходи  $E_1 \rightarrow E_2$  з поглинанням фотонів та стимульовані переходи  $E_2 \rightarrow E_1$  з випромінюванням фотонів. Внаслідок того, що рівноважне (теплове) випромінювання є істотно

немонохроматичним, ймовірності  $W_{12}$  та  $W_{21}$  указаних переходів визначаються формулами (18) і (29) параграфа 1.2, відповідно. З рівня  $E_2$  на рівень  $E_1$  атоми можуть також переходити спонтанно з ймовірністю  $A_{21}$ , як показано на рис 9. Для взаємодії атомів з електромагнітним полем умову детальної рівноваги можна сформулювати так: інтенсивність переходів атомів з рівня  $E_1$  на рівень  $E_2$ з поглинанням фотонів дорівнює інтенсивності переходів атомів з рівня  $E_2$  на рівень  $E_1$  з випромінюванням фотонів:

$$W_{12}N_1 = W_{21}N_2 + A_{21}N_2.$$
<sup>(4)</sup>

За врахуванням формул (18) і (29) параграфа 1.2 для ймовірностей переходів  $W_{12}$  і  $W_{21}$  це приведе до

$$B_{12}\rho_{\nu}N_{1} = B_{21}\rho_{\nu}N_{2} + A_{21}N_{2}.$$
 (5)

Система рівнянь (1), (3) і (5) визначає умову детальної рівноваги між атомами та тепловим електромагнітним полем.

З формули (5) можна одержати відношення населеностей рівнів E<sub>1</sub> та E<sub>2</sub>:

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{B_{12}\rho_v}{B_{21}\rho_v + A_{21}}.$$
(6)

Відношення  $\frac{N_2}{N_1}$ , одержане з (6), при будь-якій температурі повинно збігатися з розподілом Больцмана (1). При  $T \to \infty$  з формули (3) (6) одержимо  $\rho \to \infty$ . Тоді з формули (6) отримаємо  $\frac{N_2}{N_1} \to \frac{B_{12}}{B_{21}}$ , а з (1) –  $\frac{N_2}{N_1} \to \frac{q_2}{q_1}$ ... Звідси одержимо співвідношення між коефіцієнтами Ейнштейна для переходів атомів при поглинанні і стимульованому випромінюванні фотонів:

$$\frac{B_{12}}{B_{21}} = \frac{q_2}{q_1} \,. \tag{7}$$

Слід відзначити, що при квантово-механічних розрахунках ймовірностей переходів атомів під дією електромагнітного поля співвідношення (7) одержується автоматично.

3 (5) можна знайти відношення коефіцієнтів Ейнштейна для спонтанних і стимульованих переходів:

$$\frac{A_{21}}{B_{21}} = \left(\frac{B_{12}N_1}{B_{21}N_2} - 1\right)\rho_v.$$
(8)

Враховуючи співвідношення (7), формулу Планка (3) та закон збереження енергії  $hv = E_2 - E_1$ , одержимо співвідношення між коефіцієнтами Ейнштейна для переходів атомів при спонтанному та стимульованому випромінюванні

$$\frac{A_{21}}{B_{21}} = \frac{8\pi hn^3}{c^3} v^3.$$
(9)

Із співвідношень (7) і (9), випливає, що, знайшовши коефіцієнти Ейнштейна  $B_{12}$  і  $A_{21}$  з вимірювань спектра поглинання та кінетики люмінесценції (спонтанного випромінювання), можна розрахувати коефіцієнт  $B_{21}$  для стимульованих переходів. Таким чином, для проектування лазерів можна використати експериментальні дані, одержані з указаних вимірювань.

В квантових генераторах та підсилювачах використовується стимульоване випромінювання. Спонтанне випромінювання, внаслідок випадковості напряму поширення, поляризації та фази, відіграє роль шумів. З формули (8) випливає, що з ростом робочої частоти приладів квантової електроніки зростає роль шумів.

#### 1.4. Форма спектральної лінії квантових систем

Функція форми спектральної лінії, як уже з'ясовано в параграфі 1.2, визначає спектральну залежність ймовірності переходу між двома станами квантової системи. Наприклад, ймовірність стимульованого переходу між енергетичними рівнями E<sub>2</sub> і E<sub>1</sub> під дією монохроматичного випромінювання з частотою v виражається формулою (27) параграфа 1.2.

$$W_{21}(v) = B_{21}S(v)\rho, \qquad (1)$$



де  $B_{21}$  – відповідний коефіцієнт Ейнштейна; S(v) – функція форми спектральної лінії;  $\rho$  – густина енергії електромагнітної хвилі. У зв'язку з тим, що функція S(v) нормована, тобто

Рис.10

$$\int_{0}^{\infty} S(v)dv = 1,$$
(2)

видно, що ймовірність переходів зменшується при збільшенні ширини спектральної лінії Δν.

Під **шириною лінії** поглинання ( чи випромінювання ) атома розуміють інтервал частот, на межах якого ймовірність відповідного переходу зменшується в два рази порівняно з її максимальною величиною. Геометричний спосіб визначення ширини спектральної лінії показано на рис. 10.

Слід відмітити, що функція форми спектральної лінії одна і та ж для поглинання, спонтанних та стимульованих переходів між даними двома енергетичними рівнями даної квантової системи.

Ширина спектральної лінії може бути обумовлена різними причинами. Мінімальна ширина лінії пов'язана зі скінченністю перебування атомної системи (атома) у збудженому стані. Якщо час життя атома в збудженому стані

дорівнює  $\tau$ , то енергетичний рівень даного стану має ширину  $\Delta E$ , яка визначається співвідношенням невизначеностей

$$\Delta E \cdot \tau = \hbar \,, \tag{3}$$

де  $\hbar = h/2\pi$ . Якщо час життя атома в станах зі значеннями енергії  $E_1$  і  $E_2$ складає  $\tau_1$  і  $\tau_2$ , то, очевидно, ширину спектральної лінії, що відповідає переходу  $E_2 \rightarrow E_1$ , можна знайти як

$$\Delta v = \frac{1}{2\pi} \left( \frac{1}{\tau_1} + \frac{1}{\tau_2} \right). \tag{4}$$

Ширина лінії, яка визначається часом життя атомних станів відносно спонтанних переходів з випромінюванням фотонів, називається радіаційною або природною. Така ширина лінії є мінімальною. Будь–які процеси, які збільшують ймовірність переходу ( за участю фотонів, чи без їх участі) збільшують ширину лінії.

### 1.4.1. Лоренцова форма спектральної лінії

Квантово–механічний розрахунок ймовірності переходів між двома енергетичними рівнями системи під дією електромагнітної хвилі з врахуванням обмеженості часу життя даних рівнів дає функцію форми спектральної лінії

$$S(\mathbf{v}) = \frac{\Delta \mathbf{v}}{2\pi} \left[ \left( \mathbf{v} - \mathbf{v}_0 \right)^2 + \frac{\Delta \mathbf{v}^2}{4} \right]^{-1}, \tag{5}$$

де v<sub>0</sub>-резонансна частота (що відповідає центру лінії); Δv-ширина лінії.

Легко можна переконатися, що

$$S\left(\nu_0 \pm \frac{\Delta \nu}{2}\right) = \frac{1}{2}S(\nu_0), \qquad (6)$$

що відповідає визначенню ширини лінії Δv. За врахуванням табличного інтеграла

$$\int \frac{dx}{a^2 + x^2} = \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a},\tag{7}$$

при  $\Delta v \ll v_0$  можна пересвідчитися, що функція S(v) нормована, тобто виконується рівність (2).

Функція форми спектральної лінії (5) називається лоренцовою. Вона була одержана Хендріком Антоном Лоренцом (Нідерланди) наприкінці минулого століття обчисленням інтенсивності поглинання електромагнітних хвиль атомом, що складається з "краплини" позитивно зарядженої "рідини" та негативно зарядженої "кульки"– електрона, що плаває в даній рідині під дією кулонівської сили та сил "тертя". Рух електрона в електричному полі електромагнітної хвилі напруженістю  $E=E_0e^{i\omega t}$  в одновимірному випадку, за Лоренцом, можна описати рівнянням

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = eE - kx - \frac{m}{\tau}\frac{dx}{dt},$$
(8)

де *m* – маса електрона; другий член справа описує силу кулонівської взаємодії електрона з "краплиною", а третій враховує "тертя" – втрати енергії в атомі.

Розрахунки Лоренца можна повторити, розв'язуючи задачу 1.4.

Постає питання, чому Лоренц, використовуючи дуже спрощену, можна сказати, хибну модель атома (модель Дж. Дж. Томсона), одержав правильний вираз для форми спектральної лінії? – Причина в тому, що така форма лінії є універсальна, одна і та ж для поглинання і випромінювання електромагнітних хвиль будь-якого спектрального діапазону. А в фізиці існує так званий принцип відповідності: при достатньо малих енергіях переходів фізичних систем квантово-механічний опис їх руху дає ті ж результати, що і класичний. Лоренц розрахував функцію форми спектральної лінії для класичних, низькочастотних коливань заряджених тіл. Одну і ту ж радіаційну форму спектральної лінії мають макроскопічні коливальні системи заряджених об'єктів, радіотехнічні коливальні контури, атоми і атомні ядра, що відповідає діапазону від інфразвукових електромагнітних хвиль до гамма-променів.

З формули (4) випливає, що будь-які процеси, які підвищують ймовірність переходів між енергетичними рівнями атома, ведуть до збільшення ширини відповідної спектральної лінії. Якщо ця взаємодія однаково збільшує ймовірність переходів усіх атомів, то форма спектральної лінії залишається лоренцовою, хоч її ширина збільшується. Таке **уширення** спектральної лінії, при якому зберігається її лоренцова форма, називається **однорідним**.

Механізми однорідного уширення спектральних ліній:

1. Взаємодія з резонансним електромагнітним полем. Ця взаємодія зменшує час життя енергетичних станів системи за рахунок стимульованих переходів. Таке уширення інакше називають уширенням за рахунок насичення. Це явище відіграє негативну роль у квантових підсилювачах і генераторах, зменшуючи ймовірність переходів при високих інтенсивностях стимульованого випромінювання.

2. Зіткнення атомів у газах. При зіткненнях атоми можуть обмінюватися енергією. Крім того, частина енергії електронної підсистеми може перетворюватися у кінетичну енергію атомів і навпаки. Очевидно, що роль такого механізму однорідного уширення ліній збільшується при підвищенні тиску газу.

3. Взаємодія випромінюючих атомів з коливаннями кристалічної гратки в твердих тілах, яка веде до перетворення енергії електронної підсистеми в енергію коливань гратки. Цей механізм уширення ліній важливий при достатньо високих температурах.

4. Інші процеси взаємодії між атомами, наприклад, спін-спінова взаємодія. Звичайно ширина лінії атомів і молекул набагато більша, ніж радіаційна.

Одержати уяву про реальні параметри радіаційних переходів у квантових системах допоможе рішення *задачі* 1.5.

1.4.2. Гаусова форма спектральної лінії.

#### Доплерівське уширення лінії

Гаусова функція форми спектральної лінії має вигляд

$$S(v) = \frac{2}{\Delta v} \sqrt{\frac{\ln 2}{\pi}} \exp\left(-4\ln 2\frac{(v-v_0)^2}{\Delta v^2}\right).$$
<sup>(9)</sup>

У наведеному виразі коефіцієнт у показнику степеня вибрано таким, щоб, у відповідності до визначення до ширини лінії  $\Delta v$ , виконувалось

$$S\left(v_0 \pm \frac{\Delta v}{2}\right) = \frac{1}{2}S(v_0)$$
 (10)

В тому, що коефіцієнт перед експонентою повинен мати наведений у формулі (6) вигляд, можна переконатися, враховуючи умову нормування (2) і використавши значення табличного інтеграла

$$\int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) dx = \sqrt{2\pi} \quad . \tag{11}$$

за врахуванням  $\Delta v \ll v_0$ .

Відомо, що гаусовий розподіл характерний для випадкових малих відхилень значень якоїсь величини від її середнього значення. Тому гаусова форма лінії виникає тоді, коли під дією якихось факторів частота випромінювання окремих атомів зазнає випадкових змін як в сторону збільшення, так і зменшення. Уширення спектральної лінії, при якому функція її форми є гаусовою, називається неоднорідним. При неоднорідному уширенні різні атоми випромінюють фотони різних частот.

Найбільш важливою причиною неоднорідного уширення спектральних ліній атомів і молекул в газах є ефект Доплера.

Нехай джерело коливань знаходиться у точці  $\vec{r}$  і рухається зі швидкістю  $\vec{V}$  відносно приймача, що знаходиться у точці 0. Якщо у системі координат, пов'язаній з джерелом коливань, частота складає  $v_0$ , то в нерухомій системі вона дорівнює v, причому у першому наближенні

$$\frac{v - v_0}{v_0} = -\frac{V}{c} \cos \alpha , \qquad (12)$$

де  $\alpha$  – кут між векторами  $\vec{r}$  і  $\vec{V}$ . Атоми (молекули) у газі розподілені за швидкостями відповідно до функції розподілу Максвела

$$f(V) = 4\pi V^2 \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} \exp\left(-\frac{mV^2}{2kT}\right),$$
(13)

де *m* –маса атома (молекули). Якщо газ знаходиться, наприклад, у деякій нерухомій оптичній системі, то частоти випромінювання всіх атомів у цій системі будуть різні. Якщо вибрати систему координат з віссю *x*, направленою вздовж оптичної осі системи, то частота генерації атома, згідно з формулою (13), буде виражатися *x*–складовою швидкості V<sub>x</sub>, тобто проекцією швидкості на вісь *x*. Тоді розподіл атомів за частотами випромінювання f(v), буде визначатися розподілом  $f(V_x)$ , тобто виразом

$$f(v) = const \exp\left[-\frac{mV_x^2(v)}{2kT}\right].$$
 (14)

Підставивши у (14) функцію  $V_x(v) = V \cos \alpha$  з формули (12), одержимо

$$f(v) = const \exp\left[-\frac{mc^2}{2kT} \frac{(v - v_0)^2}{v_0^2}\right].$$
 (15)

Функція форми спектральної лінії і буде визначатися цим розподілом атомів за частотами випромінюваних фотонів. Зіставлення (15) з (9) показує, що в даному випадку ширина спектральної лінії

$$\Delta v = \frac{2v_0}{c} \sqrt{\frac{2\ln 2kT}{m}} \,. \tag{16}$$

Перейшовши до молярної маси *M* домноженням маси атома *m* на число Авогадро, з (16) можна одержати зручну для розрахунків формулу

$$\Delta v = 7.2 \cdot 10^{-7} v_0 \sqrt{\frac{T}{M}} \,. \tag{17}$$

З формули (17) видно, що характерною для доплерівського уширення лінії є залежність  $\Delta v \sim \sqrt{T}$ . Доплерівське уширення спектральних ліній газів спостерігається при достатньо високих температурах і при достатньо малих значеннях тиску (коли не відіграють важливої ролі зіткнення між атомами, а теплова швидкість атомів достатньо висока).

У **твердих тілах** до неоднорідного уширення спектральних ліній ведуть **неоднорідності кристалічного поля**, які локально впливають на частоту випромінювання атомів.

Очевидно, що **неоднорідності** (чи флуктуації) **електричного та магнітного полів** у активній речовині теж можуть вести до неоднорідного уширення ліній.

З наведеного випливає, що неоднорідне уширення лінії випромінювання твердих речовин спостерігається при достатньо низьких температурах (коли роль однорідного уширення, пов'язаного з впливом коливань кристалічної гратки, незначна).

Оцінити реальну ширину спектральної лінії молекул можна, розв'язавши задачу 1.6.

#### 1.5. Підсилювальні властивості активних середовищ

Активне середовище (активна речовина) в квантовій електроніці – це та речовина, в якій відбувається підсилення електромагнітних хвиль. Активним середовищем може бути кристал (діелектрик, напівпровідник), аморфна речовина, рідина або газ. Розглянемо умови, при яких можливо підсилення електромагнітних хвиль у речовині. Нехай активна речовина має два енергетичних рівні, як показано на рис.11.

Кратність виродження рівнів складає  $g_1$ ,  $g_2$ ; концентрації "атомів", що мають енергії  $E_1$  і  $E_2$ , (населеності рівнів  $E_1$ , і  $E_2$ ) дорівнюють  $N_1$  і  $N_2$ .

$W_{12}$ $A_{21}$ $W_{21}$	

Енергетичні рівні речовини, переходи між якими використовуються для підсилення електромагнітних хвиль, називаються **робочими**.

Рис.11.

1.5.1. Інверсна

населеність робочих рівнів

Нехай на активну речовину падає монохроматична електромагнітна хвиля з густиною потоку фотонів *L*. Якщо електромагнітні коливання є резонансними, тобто їх частота відповідає спектральній лінії переходу  $E_2 \rightarrow E_1$ , то під дією цієї хвилі можуть відбуватися переходи  $E_1 \rightarrow E_2$  з поглинанням фотонів. Ймовірність цих переходів

$$W_{12} = \sigma_{12}(hv)L, (1)$$

де  $\sigma_{12}$  – переріз даного процесу. Крім того, будуть спостерігатися переходи  $E_2 \rightarrow E_1$ , що супроводжуються стимульованим випромінюванням фотонів з ймовірністю

$$W_{21} = \sigma_{21}(hv)L , \qquad (2)$$

причому

$$\frac{\sigma_{21}(hv)}{\sigma_{12}(hv)} = \frac{B_{21}}{B_{12}} = \frac{g_1}{g_2}.$$
(3)

Тоді число фотонів, що поглинаються і стимульовано випромінюються в одиниці об'єму, складає відповідно  $W_{12}N_1$  і  $W_{21}N_2$ .

Як уже вказувалося, всі параметри стимульовано генерованих фотонів збігаються з відповідними параметрами первинних ("стимулюючих") фотонів. Тому стимульоване випромінювання буде збільшувати (підсилювати) потік когерентних фотонів, а поглинання – зменшувати його. Тоді для густини потоку фотонів можна записати диференційне рівняння

$$\frac{dL}{dx} = \sigma_{21} N_2 L - \sigma_{12} N_1 L \quad . \tag{4}$$

Спонтанні переходи, інтенсивність яких складає  $A_{21}N_2$ , не дають внеску в підсилення внаслідок того, що фаза, поляризація і напрям поширення спонтанно генерованих фотонів є випадковими величинами. Слід відзначити, що при спонтанному випромінюванні генеровані фотони мають різні частоти, які розподіляються у відповідності з функцією форми спектральної лінії S(v).

За врахуванням (3) ми одержимо

$$\frac{dL}{dx} = \sigma_{21} \Delta NL \quad , \tag{5}$$

де величина

$$\Delta N \equiv N_2 - \frac{g_2}{g_1} N_1 \tag{6}$$

називається **густиною інверсної населеності** (чи просто інверсною населеністю) активного середовища. Із формули (5) випливає, що необхідною умовою квантового підсилення електромагнітних хвиль є

$$\Delta N > 0. \tag{7}$$

Населеність робочих рівнів називається інверсною, якщо

$$\frac{N_2}{g_2} > \frac{N_1}{g_1},$$
 (8)

тобто населеність станів з більш високою енергією вища, ніж станів, що відповідають меншій енергії. Очевидно, що нерівності (7) і (8) еквівалентні. У рівновазі завжди виконується нерівність, зворотна до (8).

Таким чином, для підсилення електромагнітних хвиль у активному середовищі необхідно створити інверсну населеність робочих рівнів.

Якщо врахувати визначення коефіцієнта квантового підсилення

$$g = \frac{1}{L} \frac{dL}{dx},\tag{9}$$

то з (5) одержимо

$$g = \sigma_{21} \Delta N \quad . \tag{10}$$

Диференційне рівняння (4) ми одержали, вважаючи, що, крім поглинання, (що відповідає переходам між рівнями  $E_1$  і  $E_2$  у активному середовищі), немає інших втрат енергії електромагнітного поля. Якщо ж є поглинання електромагнітного випромінювання, не пов'язане з переходами між робочими рівнями, або розсіювання електромагнітних хвиль, можна ввести ефективний коефіцієнт поглинання  $\alpha_e$ , який характеризує ці втрати. За визначенням  $\alpha_e$  – відносне число фотонів, що втрачаються на одиниці довжини променя. Враховуючи вказані втрати енергії, для зміни густини потоку фотонів вздовж променя можна замість (5) записати

$$\frac{dL}{dx} = \sigma_{21} \Delta N L - \alpha_e L \quad . \tag{11}$$

Тоді, за врахуванням втрат енергії в активному середовищі, умова квантового підсилення буде мати вигляд

$$\Delta N > \alpha_e \,/\, \sigma_{21}, \tag{12}$$

або

$$g_0 > \alpha_e, \tag{13}$$

де *g*<sub>0</sub>-значення коефіцієнта квантового підсилення, одержане без врахування втрат енергії електромагнітного поля в активному середовищі.

#### 1.5.2. Поняття про від'ємну температуру

В стані термодинамічної рівноваги населеності  $N_1$  і  $N_2$  двох енергетичних рівнів  $E_1$  і  $E_2$  атомної системи пов'язані розподілом Больцмана

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{g_2}{g_1} \exp\left(-\frac{E_2 - E_1}{kT}\right) ,$$
(14)

де  $g_1$ ,  $g_2$  – фактори (кратності) виродження рівнів. Очевидно, що у нерівноважному стані рівність (14) порушується. Але для двох енергетичних рівнів, при відомих величинах  $g_1$ ,  $g_2$ ,  $E_2$ ,  $E_1$ , та  $N_2$  і  $N_1$ , можна математично ввести ефективну температуру  $T_e$ , користуючись формулою (14), тобто

$$T_e = \frac{E_2 - E_1}{k} \ln \frac{g_2 N_1}{g_1 N_2}.$$
 (15)

Якщо населеність робочих рівнів інверсна, тобто виконується (8), з (15) одержимо

$$T_e < 0. \tag{16}$$

Як зазначено вище, інверсна населеність робочих рівнів активного середовища необхідна для квантового підсилення електромагнітних хвиль. Звідси випливає, що необхідною умовою квантового підсилення є від'ємна ефективна температура, яка характеризує населеності робочих рівнів.

Слід зазначити, що для заселеності трьох і більшого числа енергетичних рівнів у нерівноважному стані у загальному випадку неможливо ввести поняття про ефективну температуру, зокрема, про від'ємну температуру. Якщо ми захотіли б це зробити, то одержали б два (чи більше – для числа рівнів, більшого 3) незалежні рівняння з одним невідомим.

#### 1.5.3. Максимально можливе значення коефіцієнта підсилення

#### у даному активному середовищі

Нехай атомна система має робочі енергетичні рівні  $E_1$  і  $E_2$ . Обмежимося розглядом системи, яка використовується для генерації в оптичному діапазоні, тобто  $E_2 - E_1 >> kT$ . Тоді в рівновазі з формули (14) одержимо  $N_2 << N_I$ , і рівняння (4) буде мати вигляд

$$\frac{dL}{dx} = -\sigma_{12}NL \quad , \tag{17}$$

де *N*- повне число атомів. Із (17) випливає, що в даному випадку коефіцієнт поглинання

$$\alpha_0 = \sigma_{12} N \,. \tag{18}$$

З формули (10) видно, що максимального значення коефіцієнта квантового підсилення  $g_m$  можна було б досягти, якби  $\Delta N \rightarrow N$ , тобто, якби вдалося перевести всі атоми на верхній робочий рівень. Тоді коефіцієнт квантового підсилення складав би

$$g_{\rm m} = \sigma_{21} N \,. \tag{19}$$

3 урахуванням співвідношення (3), одержимо

$$g_m = \frac{g_1}{g_2} \alpha_0 \quad . \tag{20}$$

Таким чином, при  $g_1 \sim g_2$  можна сказати, що максимальне досяжне значення коефіцієнта квантового підсилення у активному середовищі не може перевищувати значення коефіцієнта поглинання в рівноважному стані.

Тільки в тих активних середовищах, що в рівноважному стані мають високий коефіцієнт поглинання (пов'язаний з переходами між робочими рівнями), можна досягти високих значень коефіцієнта квантового підсилення. Наприклад, коефіцієнт поглинання напівпровідників при міжзонних переходах досягає значень  $\alpha_0 \sim 10^4$  см<sup>-1</sup>, а в спектральних лініях розріджених газів звичайно не перевищує 1см<sup>-1</sup>. Тому, для одержання

достатнього (для лазерної генерації) коефіцієнта підсилення, розміри напівпровідникових лазерів вимірюються сотнями мікрометрів, а газових лазерів – десятками сантиметрів.

### 2. РЕЗОНАТОРИ В КВАНТОВІЙ ЕЛЕКТРОНІЦІ

Резонатори – це елементи квантових генераторів, які служать для виконання таких функцій:

а) для визначення, фіксування частоти генерації. У радіотехніці таку роль виконують коливальні контури;

б) для накопичення енергії електромагнітного поля;

 в) для створення позитивного зворотного зв'язку між інтенсивністю електромагнітних хвиль і потужністю стимульованого випромінювання активного середовища.

#### 2.1. Моди оптичного резонатора

У приладах квантової електроніки оптичного діапазону резонатором служить інтерферометр Фабрі–Перо. У найпростішому випадку резонатор Фабрі–Перо складається з двох плоскопаралельних дзеркал. Вперше використання інтерферометра Фабрі–Перо як резонатора для квантових генераторів оптичного діапазону було запропоновано О. М. Прохоровим (Росія), а також А. Шавловим і Ч. Таунсом (США) в 1958.

Основна особливість оптичних резонаторів полягає в тому, що їх розміри значно більші довжини хвилі випромінювання. Це зумовлює малу роль дифракційних втрат при відсутності бокових стінок резонатора. Тому добротність оптичних резонаторів може бути дуже високою. Крім того, внаслідок того, що довжина резонатора L>> $\lambda$ , де  $\lambda$  – довжина хвилі, резонатор має величезний набір власних частот. Якщо не приймати спеціальних заходів,



Рис.1.

це погіршує монохроматичність випромінювання. Але це ж дозволяє підвищити монохроматичність випромінювання, якщо виділити коливання на одній власній частоті резонатора.

Модами (типами коливань) резонатора називаються стаціонарні

стани електромагнітного поля в резонаторі. Кожна мода характеризується власною частотою ( а значить – і енергію) коливань та певним розподілом амплітуди (та, у фіксований момент часу, фази) електричного та магнітного векторів.

#### 2.1.1. Повздовжні моди резонатора Фабрі-Перо

Нехай резонатор Фабрі–Перо складається з двох паралельних ідеально відбиваючих діелектричних дзеркал, розміщених на відстані L, як показано на рис.1.

Якщо електромагнітна хвиля поширюється вздовж осі z, перпендикулярної до дзеркал, то, відбившись послідовно від двох дзеркал, вона інтерферує сама з собою. Відомо, що відбивання електромагнітної хвилі від двох діелектричних дзеркал не веде до зміни фаз електричного і магнітного векторів. Тому для рішення системи рівнянь Максвела в резонаторі Фабрі–Перо

можливо використати відомі рішення для необмеженого простору, але ввести умову циклічності, наприклад, для електричного вектора

$$\vec{E}(z) = \vec{E}(z+2L). \tag{1}$$

Відомо, що для необмеженого простору рішення рівнянь Максвела являють собою суперпозицію плоских хвиль. Для плоскої електромагнітної хвилі зміна електричного вектора з часом у просторі визначається формулою

$$\vec{E}(\vec{r},t) = \vec{E}_0 \exp\left[i(\omega t - \vec{k}\vec{r})\right],\tag{2}$$

де  $\vec{E}_0$  – комплексна амплітуда;  $\omega = 2\pi v$  – циклічна частота;  $\vec{k}$  – хвильовий вектор ( $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ , де  $\lambda$  – довжина хвилі).

Врахування граничної умови (1) приведе до того, що із всіх хвиль вигляду (2) стаціонарними будуть лише ті, для яких

$$k_z = \frac{\pi}{L} q , \qquad (3)$$

де  $q = \pm 1, \pm 2, ...$ . Значення q = 0 відкинуто як таке, що відповідає або постійному електричному полю, або ж електромагнітній хвилі, що поширюється паралельно до дзеркал.

Мода називається аксіальною (осьовою, поздовжньою), якщо напрям її хвильового вектора збігається з віссю резонатора (віссю z). Для осьових мод k=k<sub>z</sub>, тобто

$$\vec{E}(z,t) = \vec{E}_0 \exp[i(\omega t - kz)].$$
(4)

У цьому випадку умова квантування (3) має вигляд

$$k_q = \frac{\pi}{L} q \quad , \tag{5}$$

де індекс *q* біля величини *k* вказує, що дане значення *k* відповідає квантовому числу *q*. З урахуванням зв'язку між циклічною частотою, хвильовим вектором і довжиною хвилі

$$\frac{2\pi\nu}{k} = \frac{\omega}{k} = \frac{c}{n} \quad , \tag{6}$$
де с – швидкість світла у вакуумі; *n* – показник заломлення даної речовини;

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad , \tag{7}$$

ми одержимо з (5) значення власних частот резонатора

$$\omega_q = \frac{\pi c}{nL} q \quad ; \quad v_q = \frac{c}{2nL} q \quad , \tag{8}$$

де q=1, 2, 3, ..., і умову квантування для довжини хвилі:

$$L = \frac{\lambda}{2}q \quad . \tag{9}$$

Умова квантування (9) означає: для аксіальних мод на довжині резонатора повинно укладатися ціле число півхвиль. Модами резонатора є стоячі хвилі.



Рис. 2.

Слід відзначити, що квантове число q для аксіальних мод резонатора Фабрі–Перо в лазерах звичайно дуже велике. Наприклад, для гелій–неонового лазера, що генерує на довжині хвилі 0,633нм, при довжині резонатора L=50 см з формули (9) отримаємо  $q \approx 1,5 \ 10^6$ .

аксіальних

ХВИЛЬ,

V

Крім

резонаторі Фабрі–Перо з необмеженими дзеркалами мають місце поперечні (неаксіальні) моди, для яких *k* ≠ *k*<sub>z</sub>. Для поперечних мод виконується умова квантування (9). При фіксованій частоті коливань поперечних мод кут нахилу хвильового вектора до осі резонатора квантується, як можна знайти з рішення *задачі* 2.1.

# 2.1.2. Моди резонатора у вигляді прямокутної порожнини

Нехай резонатор має вигляд замкнутої прямокутної порожнини, як показано на рис.2, де *L* – довжина резонатора, *D* – ширина його бокових

граней. Нехай всі грані паралелепіпеда ідеально відбивають електромагнітні хвилі. Тоді для електричного вектора, який змінюється у просторі відповідно до (2), треба ввести граничну умову (3) на гранях, які перетинають вісь z, і аналогічні умови вздовж осей *ox* і *oy*:

$$k_x = \frac{\pi}{D}m \; ; \; k_y = \frac{\pi}{D}n, \tag{10}$$

де *m* = 1, 2, 3,... і окремо *n*=1, 2, 3,...

У формулі (10) рівність m=n=0 відповідає аксіальним модам, розглянутим раніше. Для поперечних мод  $|m|+|n| \neq 0$ . За врахуванням формул (3) і (10) для вектора k одержимо

$$k_{mnq} = \pi \sqrt{\frac{q^2}{L^2} + \frac{m^2}{D^2} + \frac{n^2}{D^2}},$$
(11)

де *m*, *n*, *q* – цілі числа.

Враховуючи співвідношення (6) між величинами  $\omega$  і k, знайдемо спектр власних частот резонатора

$$\omega_{mnq} = \frac{\pi c}{n} \sqrt{\frac{q^2}{L^2} + \frac{m^2}{D^2} + \frac{n^2}{D^2}}; \quad v_{mnq} = \frac{c}{2n} \sqrt{\frac{q^2}{L^2} + \frac{m^2}{D^2} + \frac{n^2}{D^2}}.$$
 (12)

Якщо розміри резонатора набагато більші від довжини хвилі (як у більшості оптичних резонаторів), то електромагнітні хвилі в резонаторі є поперечними і позначаються ТЕМ, на відміну від хвиль ТЕ (transversal electrical, з поперечним електричним вектором), і ТМ (transversal magnetic, з поперечним магнітним вектором), які поширюються в резонаторах з розмірами, порівнянними з довжиною хвилі. Моди оптичного резонатора, які відповідають квантовим числам m,n,q, позначаються TEM<sub>mnq</sub>. Внаслідок того, що квантове число q дуже



Рис.3.

велике (~10<sup>6</sup>), його звичайно опускають і записують позначення моди у вигляді ТЕМ<sub>*mn*</sub>.

Як зазначалося, квантове число *q* відповідає числу півхвиль, ЩО укладаються на довжині резонатора L, тобто числу вузлів стоячої хвилі. розташованих вздовж oci резонатора. Аналогічно,

числа *m* і *n* дають кількість вузлів стоячої хвилі вздовж осей *x* і *y*, відповідно.

Відомо, що вузли стоячої хвилі, тобто місця, де амплітуда дорівнює нулю, розділяють ділянки простору, в яких коливання відбуваються у протилежних фазах. Це дозволяє якісно знайти розподіл інтенсивностей і фаз коливань на дзеркалах резонатора, як показано на рис.3. На цьому рисунку квадрати відповідають поперечним дзеркалам резонатора; штрихові лінії – вузли

електромагнітної хвилі (темні смуги у випадку видимого світла); стрілками умовно показано напрям електричного вектора у деякий момент часу.

Якщо дзеркала резонатора – круглі, а не квадратні (тобто резонатор являє собою прямий круговий циліндр), то моди такого резонатора теж позначаються ТЕМ<sub>*mn*</sub>, де *m* – число змін фази вздовж радіуса дзеркала, *n* – за азимутом.



Рис.4

Розподіл фаз та інтенсивностей електромагнітних коливань на круглому дзеркалі резонатора схематично показано для деяких мод на рис.4.

В оптичних резонаторах, у яких розміри дзеркал L, D >>  $\lambda$ , для мод TEM<sub>mna</sub> 3 малими значеннями квантових чисел *m*, *n* відсутність бокових дзеркальних стінок дуже розподіл незначно впливає на

інтенсивностей і фаз (вплив дифракційних явищ малий). Тому оптичні резонатори мають лише два дзеркала, перпендикулярні до оптичної осі, тобто являють собою інтерферометри Фабрі–Перо.

Моди з достатньо великими квантовими числами *m* і *n* в резонаторі Фабрі–Перо зазнають значних дифракційних втрат і не можуть існувати.

# 2.2. Добротність оптичного резонатора

Добротність резонатора визначається як добуток власної (резонансної) частоти на час затухання:

$$Q = \omega_0 \tau \,. \tag{1}$$

Час затухання резонатора визначається рівністю

$$\tau = \frac{W}{P_b} \quad , \tag{2}$$

де W – енергія, накопичена в резонаторі,  $P_b$  – потужність втрат, тобто енергія, яка втрачається в резонаторі за одиницю часу. Якщо в момент часу t=0 енергія коливань, накопичена в резонаторі, складає  $W_o$ , то при t>0, якщо не підводити додаткову енергію в резонатор,

$$W(t) = W_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right).$$
<sup>(3)</sup>

Для оптичних резонаторів зручно виражати добротність через коефіцієнт втрат за один прохід хвилі між дзеркалами резонатора.

# 2.2.1. Зв'язок добротності резонатора з коефіцієнтом втрат за один прохід

Коефіцієнт втрат за один прохід – це відносне зменшення енергії в резонаторі за час, який відповідає проходу електромагнітної хвилі між дзеркалами резонатора Фабрі–Перо, тобто

$$a_1 = \frac{\Delta W_1}{W},\tag{4}$$

де  $\Delta W_1$  – енергія, яка втрачається за один прохід. За врахуванням (2), при  $a_1 \ll 1$ , з формули (4) можемо одержати:

$$a_1 = \frac{t_{\Pi}}{\tau},\tag{5}$$

де t<sub>п</sub> – час проходу хвилі між дзеркалами, тобто

$$t_{\Pi} = \frac{nL}{c} \quad , \tag{6}$$

де с – швидкість світла; *n* – показник заломлення активного середовища, *L* – довжина резонатора.

За врахуванням (5) і (6) та зв'язку між циклічною частотою і довжиною хвилі, з формули (1) виразимо добротність резонатора через втрати за один прохід

$$Q = \frac{2\pi L}{\lambda a_1} \,. \tag{7}$$

З формули (7) видно, що при фіксованому значенні коефіцієнта втрат за один прохід  $a_1$ , добротність резонатора пропорційна до відношення  $L/\lambda$ .

Для оптичних резонаторів це відношення дуже велике, може досягти значень ~10<sup>6</sup>. Тому добротність оптичних резонаторів набагато вища, ніж добротність резонаторів радіодіапазону.



Рис.5.

2.2.2. Дифракційні втрати енергії в резонаторі Фабрі–Перо

Принципово властивими для резонатора Фабрі-Перо є втрати енергії, зумовлені дифракцією електромагнітних ХВИЛЬ. Приблизну оцінку цих втрат можна наближенні, зробити y ЩО відповідає рис.5. Ha даному рисунку Д<sub>1</sub> і Д<sub>2</sub> – круглі дзеркала

діаметра *D*, поміщені на відстані *L*. Для спрощення припустимо, (хоч це не так), що потік фотонів рівномірно розподілений на площі дзеркала Д<sub>1</sub>. Фотони, які відбилися від дзеркала Д<sub>1</sub>, дифрагують на кут

$$\varphi \approx \frac{\lambda}{D} \,. \tag{8}$$

Як видно з рис. 5, половина фотонів, що відбилися на краю дзеркала  $\mathcal{J}_1$ , внаслідок дифракції вийдуть за межи дзеркала  $\mathcal{J}_2$ , тобто будуть втрачені.

Внаслідок дифракції виходити з резонатора можуть фотони, що відбилися від лівого дзеркала у зовнішній його кільцевій смузі шириною  $\Delta r = \varphi L$ . На зовнішній межі цієї смуги ймовірність виходу фотона з резонатора, як вказувалось, дорівнює  $\frac{1}{2}$ , а на внутрішній межі – 0. Тому приймемо, що внаслідок дифракції буде втрачено  $\approx \frac{1}{4}$  (середнє значення між  $\frac{1}{2}$  і 0) фотонів, що відбилися від дзеркала  $\mathcal{I}_1$  у смузі шириною  $\Delta r = \varphi L$ . Тому при одному відбиванні від дзеркала  $\mathcal{I}_1$  буде втрачена відносна частина фотонів

$$a_1 \approx \frac{1}{4} \frac{\Delta S}{S},\tag{9}$$

де  $\Delta S = \pi D \Delta r$  — площа вказаної смуги на дзеркалі  $\mathcal{A}_1$ , а S — вся площа цього дзеркала. За врахуванням (8) одержимо

$$a_1 \approx \frac{\lambda L}{D^2}.$$
 (10)

Слід визначити, що в формулі (10) *D* – діаметр мінімального отвору, який обмежує переріз променя. Наприклад, у газових лазерах це може бути внутрішній переріз газової кювети; у твердотільних лазерах це може бути діаметр стержня, виготовленого з активної речовини.

Формулу (10) можна переписати у вигляді

$$a_1 = \frac{1}{4N},\tag{11}$$

де *N* – число зон Френеля, видимих на одному з дзеркал з центра другого дзеркала. Вивести цю формулу та оцінити втрати в оптичному резонаторі можна, розв'язуючи *задачу* 2.2.

Оцінки показують, що для типових резонаторів  $a_n \sim 10^{-3}$ .

Слід відзначити, що найбільш грубим спрощенням при виводі формул (10) і (11) є припущення, що інтенсивність електромагнітних коливань рівномірно розподіляється по площі дзеркал. В дійсності для аксіальних (осьових) мод інтенсивність має максимум у центрі дзеркала і спадає до країв

дзеркала. Тому для аксіальних мод значення коефіцієнта втрат  $a_1$  менше, ніж те, що дається формулами (10) і (11). А для поперечних мод, навпаки, втрати більш значні.

З ростом квантових чисел *m* і *n* для поперечних мод втрати зростають. Тому поперечні моди з великими значеннями *m* і *n* в резонаторі Фабрі–Перо мають низьку добротність.

Дифракційні втрати принципово притаманні для резонатора Фабрі–Перо. Цими втратами визначається максимально можлива величина добротності оптичного резонатора, яку можна одержати з формули (7) за врахуванням (10):

$$Q_m \approx \frac{2\pi D^2}{\lambda L} \,. \tag{12}$$

Оцінки показують, що величина  $Q_m$  для оптичних резонаторів складає ~ 10<sup>9</sup>. З формули (12) видно, що високі значення «дифракційної» добротності оптичних резонаторів пов'язані з малістю довжини хвилі по відношенню до діаметра дзеркала *D*.

# 2.2.3. Інші механізми втрат енергії в резонаторі Фабрі-Перо

Якщо величина коефіцієнта втрат за один прохід  $a_1$  в резонаторі  $a_1 << 1$ , то можна записати

$$a_1 = \sum_i a_i , \qquad (13)$$

де *a*<sub>i</sub> – коефіцієнти втрат, пов'язані з різними механізмами розсіювання енергії.

Найважливіші (крім дифракційного) механізми втрат енергії в оптичному резонаторі — це неідеальність відбивання світла від дзеркал та розсіювання світла в активному середовищі.

Очевидно, що неідеальність відбивання світла від дзеркал дає коефіцієнт втрат за один прохід

$$a_1 = 1 - R \,, \tag{14}$$

де *R* – коефіцієнт відбивання. Дзеркала з металевим покриттям мають значення *R*≤0,97, що відповідає величині *a*<sub>1</sub> ≥0,03. Ця величина набагато більша, ніж коефіцієнт втрат, зумовлених дифракційними явищами. Для підвищення



Рис.6.

добротності оптичних резонаторів розроблено багатошарові діелектричні дзеркала. Будова такого дзеркала схематично показана на рис.6, де цифри відповідають шарам, виготовленим з діелектриків з різними значеннями коефіцієнта заломлення.

Якщо  $n_1 < n_2 < n_3 < ...$ , то умовою максимального відбивання від шару товщиною  $d_i$  при нормальному падінні світла буде

$$2n_{\rm i}d_{\rm i}=m\,\lambda \ , \tag{15}$$

де  $\lambda$  – довжина електромагнітної хвилі, m = 1, 2, 3, ... 3 (15) випливає, що для одержання максимального коефіцієнта відбивання товщини шарів повинні мати фіксовані значення. В даний час розроблені діелектричні дзеркала з достатньо великим коефіцієнтом відбивання, що забезпечує створення оптичних резонаторів з добротністю, близькою до теоретичної межі.

Поглинання електромагнітних хвиль та їх розсіювання усередині резонатора можна описати введенням ефективного коефіцієнта поглинання  $\alpha_e$ . Врахування цих ефектів дає коефіцієнт втрат за один прохід

$$a_1 = 1 - \exp(-\alpha_e L) , \qquad (16)$$

де L – довжина резонатора (довжина шляху променя в поглинаючому середовищі). Якщо  $\alpha_e L \ll 1$ , то вираз (16) спрощується до

$$a_1 \approx \alpha_e L$$
 . (17)

Поглинання світла вільними носіями заряду (електронами і дірками) може значно зменшувати добротність резонатора напівпровідникових лазерів. Оцінити відносну роль поглинання та неідеальності відбивання світла від дзеркал резонатора у напівпровідниковому лазері поможе розв'язання *задачі* 2.3.

# 2.3. Резонатори і частотні характеристики лазерної генерації

Оптичні резонатори мають велику частотну густину мод, так що на ширині спектральної лінії активної речовини може знаходитись велике число як аксіальних, так і неаксіальних мод. Крім того, частотна функція передачі резонатора для кожної моди має певну ширину. Всі ці фактори впливають на частотні характеристики лазерної генерації.

# 2.3.1. Затягування мод

На рис.7 показані функція форми спектральної лінії S(v) активної речовини та частотна функція передачі  $S_p(v)$  для однієї з мод резонатора.

Центрам спектральної лінії атома і частотної функції передачі резонатора відповідають частоти  $V_0$  і  $V_p$ ; ширини відповідних ліній складають  $\Delta v$  і  $\Delta v_p$ 

. З рисунка видно, що величина коефіцієнта квантового підсилення g (яка пропорційна до S(v)) змінюється на ширині лінії резонатора (у випадку, коли



Рис.7.

 $v_0 > v_p$ , показаному на рис.7, вона зростає при підвищенні частоти). Тому частота лазерної генерації  $v_2$ не збігається 3 власною частотою резонатора  $v_{p}$ , а зміщена відносно неї В сторону центра лінії атома. виконані О.М. Розрахунки, Прохоровим, що враховують набігання фази коливань при  $v_p \neq v_0$ , дали для частоти генерації формулу

$$\frac{v_{e} - v_{p}}{\Delta v_{n}} = \frac{v_{0} - v_{e}}{\Delta v} \ln G , \qquad (1)$$

де *G* – коефіцієнт підсилення електромагнітної хвилі за один прохід в резонаторі.

З формули (30) випливає, що при лазерній генерації (коли *G*>1), частоти генерованого випромінювання зміщуються відносно відповідних частот мод резонатора в сторону центра спектральної лінії активної речовини. Це явище одержало назву затягування мод (частоти мод "затягуються" до центра лінії).

## 2.3.2. Число мод, що генеруються в резонаторі

Однією з особливостей резонатора Фабрі–Перо є дуже мала відстань між сусідніми модами. З формули (8) параграфа 2.1 випливає, що частотний інтервал між сусідніми модами (з квантовими числами q і q +1)

$$\Delta v_1 = v / q. \tag{2}$$

Функція форми спектральної лінії S(v) атомів ("обвідна") і функція  $S_r(v) = S(v) \cdot S_p(v)$ , де  $S_p(v) - функція$  передачі резонатора, схематично показані на рис.8.



Рис. 8

На ширині спектральної лінії атома можуть уміщатися сотні аксіальних мод. Оцінити число мод резонатора, що уміщаються на ширині спектральної лінії рубіна, можна, розв'язуючи *задачу* 2.4.

При достатній інтенсивності накачування у активній речовині створюється інверсна населеність. Згідно з формулою (12) параграфа 1.5, квантове підсилення світла буде відбуватися, коли інверсна населеність  $\Delta N$  буде задовольняти умову

$$\Delta N > \alpha_e / \sigma_{21}, \tag{3}$$

де  $\alpha_e$  – ефективний коефіцієнт поглинання, який враховує всі втрати в активній речовині;  $\sigma_{21}$  – переріз стимульованого переходу атома між робочими енергетичними рівнями  $E_2$  і  $E_1$ .

Слід визначити, що спектральна залежність перерізу стимульованого переходу  $\sigma_{21}(v)$  визначається функцією форми спектральної лінії:

$$\sigma_{21}(v) = B_{21} \frac{nhv}{c} S(v), \qquad (4)$$

де  $B_{21}$  – відповідний коефіцієнт Ейнштейна; *n* – показник заломлення активної речовини.

За врахуванням співвідношення (4) умова квантового підсилення буде мати вигляд

$$\Delta N > \frac{c\alpha_e}{B_{21}nhvS(v)}.$$
<sup>(5)</sup>

Якщо в  $\alpha_e$  врахувати не тільки втрати в активній речовині, але і всі види втрат в резонаторі, то нерівність (5) буде пороговою умовою лазерної генерації. З формули (5) випливає, що при досягнутому (при даній інтенсивності накачування) значенні інверсної населеності  $\Delta N$  генерація буде відбуватися на тих модах TEM<sub>mnq</sub>, для яких

$$S(v_{mnq}) > S_t = \frac{c\alpha_e}{B_{21}nhv\Delta N},$$
(6)

де  $S_t$  – "порогове" значення S(v) при даному значенні інверсної населеності  $\Delta N$ . Величина  $S_t$  показана горизонтальною штриховою лінією на рис.8.

Як буде показано в розділі 3, після початку лазерної генерації величина  $\Delta N$  насичується і не збільшується при подальшому зростанні інтенсивності накачування. Тому при **однорідному** уширенні спектральної лінії генерація

розпочинається на кількох модах, близьких до середини, і число генерованих мод мало змінюється зі зростанням інтенсивності накачування.

При неоднорідному уширенні спектральної лінії (див. параграф 1.4.2) різні атоми активної речовини мають різні частоти випромінювання. Це означає, що різні моди резонатора відповідають випромінюванню різних атомів. Тому, при неоднорідному уширенні спектральної лінії, зростання інтенсивності накачування веде до зростання величини  $\Delta N$  для тих атомів, які не беруть участі у формуванні лазерного випромінювання (у яких  $S(v_{mnq}) < S_t$ ). Звідси випливає, що при неоднорідному уширенні спектральної лінії число генерованих мод зростає з підвищенням інтенсивності накачування, і одночасно можуть генеруватися десятки аксіальних мод (не кажучи про неаксіальні, частотний інтервал між якими менший, ніж між аксіальними модами).

#### 2.3.3. Селекція аксіальних мод

Селекцією мод називається створення сприятливих умов для лазерної генерації на одній певній моді (або на декількох модах) і стримування генерації на інших модах. Селекція аксіальних мод здійснюється використанням складених резонаторів, як схематично показано на рис.9. Резонатор складається



з трьох дзеркал D<sub>1</sub>, D<sub>2</sub>

довжиною, відповідно,  $L_1$  і  $L_2$ . Слід відзначити, що дзеркалами  $D_1$  і  $D_3$ утворюється додатковий резонатор довжиною  $L_1+L_2$ , (також утворюються резонатори вищих порядків за рахунок зображень дзеркал одне в одному), але

цей резонатор (внаслідок лише часткового пропускання дзеркала  $D_2$ ) має знижену добротність. Два резонатори, що мають різні довжини  $L_1$  і  $L_2$ , у відповідності з формулою (8) параграфа 2.1, мають різні власні частоти. Крім того, частотна відстань між сусідніми аксіальними модами, що визначається формулою (2) для цих двох резонаторів буде різна.

Функції передачі двох вказаних резонаторів  $S_{p1}(v)$  і  $S_{p2}(v)$  показані кривими 1 і 2 на рис.10. (відношення довжин взято L<sub>1</sub>/L<sub>2</sub>=1,225). Крива 3



Рис. 10

зображує частотну залежність величини загальної функції передачі складеного резонатора

$$S_{p}(v) = S_{p1}(v)S_{p2}(v).$$
<sup>(7)</sup>

Вираз (7) не враховує взаємодії між складовими резонаторами, що справедливо при достатньо слабкій прозорості дзеркала D<sub>2</sub> на рис.9.

З рис. 10 видно, що в складеному резонаторі відбувається суттєве "розрідження" аксіальних мод. Підбором довжин резонаторів L<sub>1</sub> і L<sub>2</sub>, а також іншими додатковими методами можна добитися лазерної генерації на одній аксіальній моді.

Для селекції повздовжніх мод вводять також в резонатор частково відбиваючі плоскопаралельні пластинки малої товщини (з великою частотною відстанню між модами). Дві такі пластинки розміщуються під деяким кутом до осі резонатора у двох взаємно перпендикулярних площинах. При цьому подавляються також поперечні моди.

# 2.3.4. Селекція неаксіальних мод

Селекція неаксіальних (поперечних) мод звичайно здійснюється за рахунок використання в резонаторі сферичних дзеркал. На рис.11.схематично показані декілька типів резонаторів зі сферичними дзеркалами. Конфокальний резонатор, показаний на рис.11а, складається з двох сферичних дзеркал, фокуси яких суміщені. Такі лазери мають дуже "густий" спектр частот. Концентричний резонатор (рис.11б) включає два сферичних дзеркала, у яких суміщені центри кривизни. Недоліком цих двох типів резонаторів є малий розмір світлової плями, що знижує ефективність використання об'єму активної речовини. Крім того, концентричні резонатори дуже чутливі до неспіввісності дзеркал. Майже півсферичний резонатор, схематично показаний на рис.11в, складається з плоского дзеркала і сферичного дзеркала радіуса кривизни R. При цьому відстань між дзеркалами

$$L < R, R - L < < L. \tag{8}$$

При такій конфігурації резонатора ефективно гаситься генерація на поперечних модах. Важливою перевагою цього резонатора є слабка чутливість до порушень співвісності дзеркал. Недоліком такого резонатора є майже конічна форма променя, що знижує використання об'єму активної речовини. Але в

малопотужних лазерах цей недолік несуттєвий, і такі резонатори широко застосовуються.



Рис.11.

Окреме місце займають **нестійкі резонатори**. Одна з конфігурацій нестійкого резонатора показана на рис.11г. Резонатор називається стійким, якщо, у наближенні геометричної оптики, промені, що поширюються в резонаторі, так фокусуються дзеркалами, що не виходять за межі резонатора. Стійкі резонатори мають стаціонарний розподіл поля, що відповідає їх модам. Стійкі резонатори мають високу дифракційну добротність. У **нестійкому** 

**резонаторі** при відбиванні променів від дзеркал значна частка світлового потоку (енергії) виходить за межі резонатора.

Для резонатора, створеного двома дзеркалами з радіусами кривизни R<sub>1</sub> і R<sub>2</sub> (R>0 для увігнутого дзеркала і R<0 для опуклого дзеркала), що знаходяться на відстані L одне від одного, можна ввести безрозмірні параметри

$$g_1 = 1 - L / R_1;$$
 (9a)

$$g_2 = 1 - L / R_2. (96)$$

Розрахунки дають умову стійкості резонатора

$$0 < g_1 g_2 < 1_{.} \tag{10}$$

Для резонатора з плоскими дзеркалами  $g_1 = g_2 = 1;$   $g_1g_2 = 1;$  для концентричного і конфокального резонаторів добуток  $g_1g_2$  складає 1 і 0, відповідно.

В нестійких резонаторах поперечні моди гасяться дуже ефективно. Ефективно використовується і об'єм активної речовини, що дуже важливо для лазерів високої потужності. Нестійкі резонатори мають високі геометричні втрати енергії випромінювання. Даний недолік перетворюється в перевагу у потужних лазерах, де випромінювання, що виходить за бокові межі дзеркал резонатора, включається в загальний потік випромінювання лазера.

#### 3. ЛАЗЕРИ З ОПТИЧНИМ НАКАЧУВАННЯМ

Оптичне накачування – найбільш універсальний спосіб створення населеності робочих рівнів у активних середовищах лазерів та інших приладів квантової електроніки. Цей метод – безконтактний, тобто не потребує гальванічного зв'язку з робочим тілом. Тому він може ефективно використовуватися у тих випадках, коли активна речовина – діелектрик. Але, як усі універсальні методи, даний механізм накачування має ваду – низьку ефективність.

#### 3.1. Оптичне накачування як спосіб створення інверсної населеності

Будова лазера з оптичним накачуванням схематично показана на рис.1.



Рис.1.

Стержень із активної речовини AP (чи, наприклад, кювета з активною речовиною в лазерах на основі рідин) знаходиться між дзеркалами Д<sub>1</sub> та Д<sub>2</sub>. В оптичну систему може бути включений модулятор М . Під активним стержнем умовно показана система накачування CH, яка включає газорозрядну лампу та концентратор – дзеркало спеціальної форми (або систему дзеркал).

Процес створення інверсної населеності в активному середовищі можна розділити на кілька етапів:

1) перетворення електричної енергії в енергію оптичного випромінювання в газорозрядній лампі (чи в системі ламп);

 концентрування одержаного випромінювання в активному стержні. Цю роль виконує концентратор – дзеркало (звичайно – циліндричної форми з круговим чи еліптичним перерізом), або система дзеркал;

3) поглинання світла в активній речовині, яке приводить до переходу атомів (молекул і т.п.) в збуджений стан (чи в збуджені стани);

4) перехід атомів (молекул) у стан, який відповідає верхньому робочому енергетичному рівневі (з цього рівня відбуваються стимульовані переходи, що супроводжуються генерацією фотонів).

На кожному з указаних етапів відбуваються втрати енергії. Тому к.к.д. (коефіцієнт корисної дії) оптичного накачування можна записати у вигляді добутку кількох множників:

$$\eta_0 = \eta_e \eta_k \eta_a \eta_{ip} , \qquad (1)$$

де  $\eta_e$  – к.к.д. випромінювання, тобто перетворення електричної енергії в енергію фотонів у необхідному спектральному інтервалі;  $\eta_k$  – к.к.д. концентратора;  $\eta_a$  – ефективність поглинання падаючого світла активною речовиною;  $\eta_{ip}$  – ефективність перетворення енергії збудженої активної системи в енергію, що відповідає інверсній населеності робочих енергетичних рівнів.

Ефективність випромінювання джерела світла визначається виразом

$$\eta_{e} = \frac{1}{P_{e}} \int_{\nu_{1}}^{\nu_{2}} P_{\nu} d\nu, \qquad (2)$$

де  $P_e$  – електрична потужність живлення лампи; величина

$$P_{\nu} \equiv \frac{dP}{d\nu} \tag{3}$$

є спектральна густина потужності випромінювання;  $(v_1, v_2)$  – спектральний інтервал випромінювання, який використовується для накачування. Визначення величини  $\eta_e$  якісно пояснюється на рис.2. Лампа має широкий спектр випромінювання з максимумом при  $v = v_m$ . Використовується для накачування



тільки світло в спектральному інтервалі Ефективність  $(v_1, v_2).$ світла джерела пропорційна ДО відношення заштрихованої частини до всієї площі під кривою  $P_{\nu}(\nu)$ . 3 рис. 2 видно, що підвищення для ефективності

накачування джерело світла повинно мати максимум випромінювальної здатності в області  $(v_1, v_2)$ . Для теплових джерел світла, які мають спектр випромінювання близький до спектра абсолютно чорного тіла, довжина хвилі, що відповідає максимуму спектра, визначається законом зміщення Віна

$$\lambda_m = \theta/T,\tag{4}$$

де  $e = 2,8978 \cdot 10^3 \text{мкм} \cdot K$ ; T – кольорова температура джерела світла. Так, для того, щоб положення максимуму в спектрі випромінювання лампи відповідало смузі поглинання рубіна при  $\lambda = 0,56$  мкм, температура тіла розжарення повинна складати 5200К. Такі температури досягаються в газорозрядних лампах високого тиску на основі інертних газів (найчастіше – ксенону), які працюють у режимі дугового розряду.

Про величини множників у формулі (1) можна одержати уявлення на прикладі рубінового лазера. Рубін має дві широкі смуги поглинання при  $\lambda_1 = 0,41$  мкм та  $\lambda_2 = 0,56$  мкм, які використовуються для накачування. Це дає змогу одержати  $\eta_e \cong 30$ %. Інші величини складають:  $\eta_k \cong 60-80$ %;  $\eta_a \cong 30$ %;  $\eta_{ip} \cong 45$ %, що дає, відповідно до виразу (1), для к. к. д. оптичного накачування  $\eta_0 \le 3$ %.

Ефективність накачування може бути підвищена, якщо джерело світла має вузький спектр випромінювання, який відповідає спектру поглинання активної речовини. Ця ідея знайшла своє втілення при побудові неодимових лазерів з накачуванням за рахунок випромінювання напівпровідникових лазерів.

# 3.2. Населеність дворівневої системи при оптичному накачуванні

Нехай деяка квантова система (наприклад, атом активної речовини) має два стаціонарні стани з енергіями  $E_1$  та  $E_2$ , як показано на рис.3. Біля стрілок, що відповідають переходам між енергетичними рівнями, вказано ймовірності

^			$-E_2$
Win	4.21	Wat	
<i>vv</i> 12	A21	<i>W</i> 21	
	$\checkmark$	$\checkmark$	- F.

переходів. Для переходу з поглинанням фотонів ймовірність виражається формулою

Рис.3.

$$W_{12} = B_{12} \int_{0}^{\infty} S(v) \rho_{v} dv , \qquad (5)$$

де *B*<sub>12</sub> – відповідний коефіцієнт Ейнштейна; *S*(*v*) – функція форми спектральної лінії; *ρ*<sub>*v*</sub> – спектральна густина енергії випромінювання. Ймовірність переходу зі стимульованим випромінюванням фотона

$$W_{21} = \frac{g_1}{g_2} W_{12} \quad , \tag{6}$$

де  $g_1$ ,  $g_2$  – кратності виродження відповідних рівнів. Ймовірність спонтанних переходів визначається коефіцієнтом Ейнштейна  $A_{21}=1/\tau_{21}$ , де  $\tau_{21}$  – час життя стану 2.

Враховуючи вказані переходи, можна записати кінетичне рівняння для населеності верхнього рівня

$$\frac{dN_2}{dt} = W_{12}N_1 - (W_{21} + A_{21})N_2 , \qquad (7)$$

де N<sub>1</sub> – населеність нижнього рівня. Крім того, треба використати умову збереження числа частинок

$$N_1 + N_2 = N, (8)$$

де *N* – повне число активних атомів. Тоді з рівнянь (7) та (8) з урахуванням (6) одержимо

$$\frac{dN_2}{dt} = W_{12}N - \left[W_{12}\left(1 + \frac{g_1}{g_2}\right) + A_{21}\right]N_2 \quad .$$
<sup>(9)</sup>

У стаціонарному випадку, який реалізується при  $W_{12} = const$  та при  $t \to \infty$ , має місце

$$\frac{dN_2}{dt} = 0 \quad , \tag{10}$$

що дає

$$N_{2} = \frac{W_{12}}{W_{12}\left(1 + \frac{g_{1}}{g_{2}}\right) + A_{21}} N .$$
(11)

3 урахуванням (8) одержимо також

$$N_{1} = \frac{(g_{1} / g_{2})W_{12} + A_{21}}{W_{12} \left(1 + \frac{g_{1}}{g_{2}}\right) + A_{21}} N \quad .$$
(12)

Із формул (11) та (12) видно, що при низьких інтенсивностях накачування, коли

$$W_{12} << A_{21}$$
, (13)

одержимо

$$N_2 \cong (W_{12} / A_{21}) N, \qquad (14)$$

тобто  $N_2 \ll N$ , причому

$$N_1 \cong N . \tag{15}$$

При високих інтенсивностях, коли

(16)

 $W_{12} >> A_{21},$ 

формули (11) та (12) дають

$$N_2 \cong \frac{g_2}{g_1 + g_2} \tag{17}$$

та

$$N_1 \cong \frac{g_1}{g_1 + g_2},$$
(18)

тобто населеності квантових станів  $N_1 / g_1$  та  $N_2 / g_2$  вирівнюються.

Порівняння формул (15), (16) та (17), (18) показує, що у 2-рівневій системі неможливо створити інверсну населеність за рахунок оптичного накачування. Для густини інверсної населеності, яка визначається як

$$\Delta N \equiv N_2 - \frac{g_2}{g_1} N_1, \tag{19}$$

за врахуванням (11) та (12) можна одержати

$$\Delta N = -\frac{(g_2 / g_1) A_{21} N}{W_{12} (1 + g_1 / g_2) + A_{21}},$$
(20)

звідки видно, що завжди  $\Delta N < 0$ . Це означає, що двохрівнева система не може бути використана для квантового підсилення світла.

Двохрівневі системи мають цінну властивість – зменшують коефіцієнт поглинання (б'просвітлюються") при високих інтенсивностях накачування. Дійсно, коефіцієнт поглинання такої системи дорівнює

$$\alpha = -\sigma_{21}\Delta N,\tag{21}$$

де  $\sigma_{21}$  – переріз переходу 2  $\rightarrow$  1. Врахування (20) та

$$\frac{\sigma_{21}}{\sigma_{12}} = \frac{g_1}{g_2} \tag{22}$$

дає

$$\alpha = \frac{\sigma_{12}N}{1 + \left(1 + \frac{g_1}{g_2}\right)W_{12} / A_{21}}$$
 (23)

3 формули (23) видно, що залежність  $\alpha(W_{12})$ , а значить, і залежність  $\alpha(P_0)$ , де  $P_0$  – потужність випромінювання накачування, має вигляд гіперболи, як показано на рис.4.



Рис.4

При  $P_0 \to 0$  одержимо  $\alpha \cong \sigma_{12} N$ . Зростання потужності накачування, коли  $W_1 >> A_{21}$ , дає  $\alpha \to 0$ . Ця властивість двохрівневих систем широко використовується в квантовій електроніці.

Для поглибленого вивчення поведінки двохрівневих систем при оптичному накачуванні слід розв'язати *задачі* 3.1 та 3.2.

# 3.3. Трирівневі системи в лазерах з оптичним накачуванням

В трьохрівневих системах, крім двох робочих енергетичних рівнів, що використовуються для квантового підсилення світла, є ще допоміжний рівень



Рис.5

(чи система рівнів), який служить для створення інверсної населеності. Переходи в такій системі при оптичному накачуванні показані на рис. 5. Товстими стрілками позначені переходи, що принципово необхідні для квантового підсилення світла. Під дією випромінювання джерела накачування відбуваються переходи

атомів з основного стану 1 в стан 3, ймовірність яких

$$W_{13} = B_{13} \int_{0}^{\infty} S(v) \rho_{v} dv , \qquad (1)$$

де *B*<sub>13</sub> – відповідний коефіцієнт Ейнштейна; *S*(*v*) – функція форми спектральної лінії; *ρ<sub>v</sub>* – спектральна густина енергії випромінювання.

Збуджені атоми з рівня 3 можуть вернутися на рівень 1 спонтанно з ймовірністю *А*<sub>31</sub>, або стимульовано з ймовірністю

$$W_{31} = (g_1 / g_3) W_{13} , \qquad (2)$$

де  $g_1$  та  $g_3$  – кратності виродження відповідних рівнів. Для створення інверсної населеності необхідно, щоб з рівня 3 атоми могли переходити на рівень 2. Ймовірність таких переходів складає  $A_{32}$ . Між робочими рівнями 1 і 2 відбуваються спонтанні переходи з ймовірністю  $A_{21}$  та переходи з поглинанням фотонів та їх стимульованою емісією. Для ймовірностей цих переходів  $W_{12}$  та  $W_{21}$  можна записати формули, аналогічні до (1) та (2) з відповідною заміною індексів. З рис.1 видно, що для ефективного накачування необхідно, щоб для атомів, які збуджені в стан 3, ймовірність переходів  $A_{32}$  на верхній робочий рівень 2 була набагато більша, ніж ймовірність повернення цих атомів в стан 1, тобто

$$A_{32} >> A_{31},$$
 (3a)

$$A_{32} >> W_{31}.$$
 (36)

Коефіцієнти Ейнштейна  $A_{32}$  та  $A_{31}$  є параметрами матеріалу. Тому накачування буде ефективним лише в таких матеріалах, де  $A_{32} >> A_{31}$ . Крім того, при дуже великих потужностях накачування, коли порушується нерівність (3б), ефективність накачування різко зменшується; цей ефект називають ефектом насичення (при цьому зростає і насичується населеність рівня 3).

При виконанні нерівностей (3) кінетичне рівняння для населеності рівня 3 має вигляд

$$\frac{dN_3}{dt} = W_{13}N_1 - A_{32}N_3.$$
<sup>(4)</sup>

У стаціонарному випадку, коли  $\frac{dN_3}{dt} = 0$ , з (4) з врахуванням співвідношення (2) та нерівності (3) одержимо

$$\frac{N_3}{N_1} = \frac{W_{13}}{A_{32}} << 1.$$
<sup>(5)</sup>

Якщо ми хочемо створити інверсну населеність між рівнями 1 та 2, тобто  $N_2 > (g_2/g_1)N_1$ , то нерівності (3) означають, що

$$N_3 << N_1, N_2.$$
 (6)

Таким чином, в системах, ефективних шодо оптичного накачування (для яких мають місце нерівності (3)), виконується також нерівність (6). Ця нерівність означає, що атом, переведений поглинанням фотона на рівень 3, "зразу ж " (за дуже короткий проміжок часу) переходить на рівень 2, так що для населеності рівня 2 можна записати кінетичне рівняння

$$\frac{dN_2}{dt} = \left(W_{13} + W_{12}\right)N_1 - \left(W_{21} + A_{21}\right)N_2.$$
<sup>(7)</sup>

У стаціонарному випадку  $\frac{dN_2}{dt} = 0$ , що відповідає  $W_{13}, W_{12} = \text{const ta } t \to \infty$ ; тоді з рівняння (7) одержимо

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{W_{13} + W_{12}}{A_{21} + W_{21}} \,. \tag{8}$$

Із цього виразу, у спрощеному вигляді, коли  $W_{12}=W_{21}$  (тобто, коли кратності виродження  $g_2=g_1$ ), одержимо: інверсна населеність, тобто нерівність  $N_2>N_1$ , досягається, коли

$$W_{13} > A_{21}.$$
 (9)

Це і є умовою для створення інверсної населеності робочих рівнів у 3-рівневій системі при оптичному накачуванні. Врахування випадку  $g_2 \neq g_1$  та визначення інверсної населеності у загальному випадку

$$\Delta N \equiv N_2 - \frac{g_2}{g_1} N_1 \tag{10}$$

дає ту ж умову створення інверсної населеності (9).

Диференційне рівняння (7) разом з рівністю (10) та умовою збереження числа частинок

$$N_1 + N_2 = N \tag{11}$$

(тут врахована нерівність (6)) може бути розв'язано, якщо задати  $W_{13}$  та  $W_{12}$ , а також визначити початкові умови. При  $W_{13}$ ,  $W_{12} = const$ ,  $g_1 = g_2$  та початковій умові

$$\Delta N(0) = -N \tag{12}$$

(тобто з врахуванням, що до включення оптичного накачування всі атоми знаходяться у стані 1) ми одержимо

$$\Delta N(t) = \left(\Delta N_{st} + N\right) \left(1 - e^{-\frac{t}{\theta}}\right) - N, \qquad (13)$$

де стаціонарна величина інверсної населеності ΔN<sub>st</sub> та час релаксації населеності *θ* при даних умовах – постійні величини. Пропонується знайти ці величини, розв'язуючи *задачу* 3.3.

Два рішення рівняння (13), що відповідають двом різним значенням



Рис.6

величини  $W_{13}$  (тобто різним потужностям накачування), показано на рис.6. Крива 1 відповідає малій потужності накачування, коли умова (9) інверсної населеності не виконується. У цьому стаціонарне випадку значення густини інверсної населеності задовольняє нерівність  $\Delta N_{S1} < 0$ , тобто квантове підсилення світла не має місця. Але при цьому

може відбуватися "просвітлення" активної речовини, описане в підрозділі 3.1.

При більш високій потужності накачування, коли виконується нерівність (9), залежність  $\Delta N(t)$  може бути подібною до кривої 2 на рис.6. З моменту часу  $t_1$  починає виконуватись нерівність  $\Delta N(t) > 0$ , тобто створюється інверсна населеність робочих рівнів 1 та 2. У деякий момент  $t=t_2$  величина  $\Delta N$  може досягти порогового значення  $\Delta N_i$ , коли квантове підсилення світла компенсує всі втрати енергії у резонаторі. Тоді почнеться лазерна генерація. З цього моменту величини  $W_{12}$  і  $W_{21}$  у рівнянні (7) не будуть постійними, і формула (13) не буде описувати залежність  $\Delta N(t)$  при t> $t_2$ .

Таким чином, для 3-рівневої системи, що накачується оптично, можна зробити такі висновки:

1. Ефективною для оптичного накачування може бути лише система, для якої виконується нерівність (3а).

2. При високих інтенсивностях (потужностях) накачування може порушуватися умова (3б), що веде до різкого зниження ефективності накачування. Якщо умова (3б) порушується при інтенсивностях накачування, недостатніх для виконання нерівності (9), то дана 3-рівнева система – не ефективна для побудови лазера.

3. Існує порогова потужність накачування для створення інверсної населеності. Величина порогової потужності у стаціонарному випадку визначається умовою (9). З урахуванням того, що  $A_{21} = \frac{1}{\tau_{21}}$ , де  $\tau_{21}$  – час життя стану 2, умову (9) створення інверсної населеності можна переписати у вигляді

$$W_{13} > \frac{1}{\tau_{21}} \quad . \tag{14}$$

 Із нерівності (14) видно, що створення інверсної населеності значно полегшується, якщо час життя *τ*<sub>21</sub> верхнього робочого рівня – великий (такі рівні називаються метастабільними).

5. Для досягнення лазерної генерації необхідно використовувати матеріали з достатньо малим значенням  $A_{21}$  (великим  $\tau_{21}$ ), щоб порогова умова (9) (те ж саме – (14)) виконувалася при достатньо малих значеннях величини  $W_{13}$  (тобто, при достатньо низьких потужностях накачування), коли ще не порушується нерівність (3б), в яку теж входить величина  $W_{31}$ . Зіставлення нерівностей (3б) та (9) показує, що інверсну населеність можна створити лише в речовині, для якої

$$A_{21} << A_{32}. \tag{15}$$

6. При імпульсному живленні лазерна генерація починається з запізненням відносно початку світлового імпульсу, як це видно із рис. 6. Більш детально це питання буде обговорюватися пізніше, при розгляді режимів роботи лазерів.

#### 3.3.1. Рубіновий лазер

Типовою трьохрівневою речовиною, що використовується в лазері з оптичним накачуванням, є рубін. Рубін – кристал оксиду алюмінію  $Al_2O_3$  ( $\alpha$ -корунд) з домішкою хрому. Чисті кристали  $Al_2O_3$  відомі як сапфір. В рубіні частина іонів  $Al^{3+}$  заміщена на іони  $Cr^{3+}$ . В стандартних кристалах білорожевого рубіна, що використовується як активна речовина лазерів, концентрація Cr складає  $N_{Cr}=1,6 \cdot 10^{19}$ см<sup>-3</sup>, що відповідає відносному вмісту хрому біля 0,05%. Кристал має ромбоедричну (тригональну) симетрію, тобто періоди гратки a=b=c, а кути між осями  $\alpha=\beta=\gamma\neq90^\circ$ . Елементарна комірка містить дві "молекули"  $Al_2O_3$ . Оптична вісь кристала збігається з віссю 3-го порядку. Рубін має велику твердість і теплопровідність. Показник заломлення рубіну складає 1,76.

Атоми хрому в забороненій зоні рубіну створюють ряд рівнів, показаних на рис. 7. Рівень *А* відповідає основному (не збудженому) стану і складається з



Рис. 7

підрівнів, двох ШО знаходяться на відстані 5,7·10<sup>-5</sup>еВ. Збуджений рівень Eскладається 3 двох підрівнів (кожний 3 них двократно вироджений), відстань між якими складає 3,6·10<sup>-3</sup> *еВ*. Більш високим відповідають енергіям системи рівнів  $F_1$  і  $F_2$ . Перехід 1 між рівнем А і рівнів  $F_1$ системою відповідає смузі оптичного фіолетовій поглинання V області з максимумом при 0,416мкм, а перехід 2 – смузі

поглинання у зелено-жовтій області з центром при 0,56мкм. Ширина обох смуг поглинання складає приблизно 0,1мкм. Переходи 1 і 2 використовуються для оптичного накачування. Для квантового підсилення світла використовуються переходи між рівнями *E* і *A*. Переходи 5 і 6 супроводжуються генерацією фотонів в лініях  $R_1$  і  $R_2$  з довжиною хвилі, відповідно,  $\lambda_1$ =0,6943мкм і  $\lambda_2$ =0,6929мкм (у червоній області). Для лазерної генерації звичайно використовується перехід 5 (лінія випромінювання  $R_1$ ).

Рубіновий лазер працює за 3-рівневою схемою: рівні A і E є робочими рівнями, а система рівнів  $F_1$  і  $F_2$  використовується для оптичного накачування. При поглинанні світла від джерела накачування відбуваються переходи 1 і 2.

Електрони, переведені вказаними переходами на рівні  $F_1$  і  $F_2$ , за короткий проміжок часу переходять на рівень E (стрілки 3 і 4). Час життя електронів у стані E дуже великий (тобто рівень E – метастабільний) і складає  $\tau_{21} \approx 3$ мс. Велике значення  $\tau_{21}$  спрощує виконання порогової умови квантового підсилення світла.

При кімнатній температурі рубінові лазери працюють лише в імпульсному режимі з використанням водяного охолодження. Звичайно робоче тіло лазера являє собою один чи кілька стержнів діаметром 1 – 2,5 см і довжиною 15 – 30см. Енергія лазерних імпульсів складає від часток джоуля до 10 дж. Коефіцієнт корисної дії не перевищує 3%.

Рубінові лазери з неперервною генерацією працюють при охолодженні рідким азотом (при температурі 77 К).

Оцінити порогову потужність оптичного накачування рубінового лазера пропонується в *задачі* 3.4.

Висока порогова потужність накачування рубінового лазера, як і інших лазерів на основі 3-рівневих систем, зумовлена тим, що нижній робочий рівень цих систем є найнижчим, тобто відповідає основному (не збудженому) стану атомів. Тому, щоб створити інверсну населеність між робочими рівнями, треба більше половини всіх атомів перевести у збуджений стан. Цього суттєвого недоліку немає у 4-рівневих систем.

## 3.4. Чотирирівневі системи в лазерах

#### з оптичним накачуванням

Основним недоліком 3-рівневої системи є те, що нижній робочий стан (основний) є незбудженим. В 4-рівневій системі, схематично показаній на рис.8, нижній робочий стан є не основним, а збудженим станом. Рівень  $E_4$  потрібен для оптичного накачування. Для ефективної роботи 4-рівневої системи

ймовірності переходів з 4-го рівня на перший  $A_{41}$  і  $W_{41}$  повинні бути малими (ці переходи показані перекресленими стрілками на рис.8).

Умовою ефективності системи є виконання нерівностей





$$A_{43} >> A_{41}$$
 (1)

(ця нерівність має певне значення для даної речовини) і

$$A_{43} >> W_{41}.$$
 (2)

Ймовірність стимульованих переходів з 4-го рівня на 1-й (які відбирають частину енергії, що йде на накачування) пропорційна до ймовірності переходів, які використовуються для накачування:

$$W_{41} = \frac{g_1}{g_4} W_{14}, \tag{3}$$

причому

$$W_{14} = B_{14} \int_{0}^{\infty} S_{14}(\nu) \rho_{\nu} d\nu \qquad (4)$$

Звідси маємо, що величина  $W_{41}$  у нерівності (2) зростає з підвищенням густин енергії накачування. При високих значеннях інтенсивності накачування 4-рівнева система стає неефективною.

Якщо виконується нерівність

$$E_2 - E_1 >> kT$$
, (5)

то у рівноважному стані рівень  $E_2$  (нижній робочий рівень) — пустий. Це полегшує створення інверсної населеності між рівнями  $E_3$  і  $E_2$ .

Розглянемо порогову умову досягнення інверсної населеності у 4-рівневій системі. Будемо вважати, що виконуються умови (1), (2) і (5). У найбільш сприятливому випадку (який рідко реалізується в реальних системах) відношення заселеностей рівнів  $E_1$  і  $E_2$  у нерівноважному стані мало відрізняється від рівноважного:

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{g_2}{g_1} e^{-\frac{E_2 - E_1}{kT}}.$$
(6)

Будемо вважати, що у підпороговому режимі резонансних фотонів з енергією  $hv = E_3 - E_2$  немає. Це означає, що

$$W_{32}, W_{23} \ll A_{32}. \tag{7}$$

Тоді для населеності 3-го рівня у стаціонарному стані можна записати рівняння

$$\frac{dN_3}{dt} = W_{14}N_1 - A_{32}N_3 = 0, (8)$$

де  $A_{32}$  – ймовірність спонтанного переходу між робочими рівнями. З рівняння (8), враховуючи співвідношення між населеностями рівнів  $E_1$  і  $E_2$  (6), можна отримати для населеностей рівнів  $E_3$  і  $E_2$ 

$$\frac{N_3}{N_2} = \frac{W_{14}}{A_{32}} e^{\frac{E_2 - E_1}{kT}}.$$
(9)

Звідси маємо порогову умову інверсної населеності в 4-рівневій системі в оптимальному випадку

$$W_{14} > A_{32}e^{\frac{E_2 - E_1}{kT}}.$$
(10)

Ми знаємо, що для 3-рівневої системи такою умовою є нерівність  $W_{13} > A_{21}$ . Якщо виконується нерівність (3), то  $e^{\frac{E_2 - E_1}{kT}} << 1$ , а це означає, що для створення інверсної населеності в 4-рівневій системі потрібна набагато менша

потужність накачування, ніж в 3-рівневій. В реальних 4-рівневих системах порогова потужність накачування в десятки раз менша, ніж в 3-рівневих.

При достатньо високих температурах нерівність (5) може порушитися. Тоді рівноважна населеність рівня  $E_2$  буде порівнянна з населеністю рівня  $E_1$ , і 4-рівнева система перетвориться на 3-рівневу. Така поведінка при зростанні температури характерна для деяких 4-рівневих систем.

## 3.4.1. Неодимовий лазер

Неодим (Nd) – рідкоземельний елемент, у якого частково заповнена 4f електронна оболонка (на ній знаходяться 3 електрони) розташована ближче до ядра, ніж заповнені оболонки  $5s^2$  та  $5p^6$ . Вісім електронів, що знаходяться на вказаних зовнішніх оболонках, добре екранують 4f електрони. Тому спектр енергії 4f електронів, а значить, і спектри поглинання та випромінювання іонів неодиму (як і інших рідкоземельних атомів) мало залежать від того, у якому середовищі (у якій матриці) знаходяться ці іони.

Неодимові лазери будують на різних кристалах та на склі. Найбільшого поширення набули лазери на легованих неодимом кристалах ітрійалюмінійового гранату ( ІАГ, YAG, ittrium aluminum garnet)  $Y_3Al_5O_{12}$ . Типова концентрація неодиму в кристалах ІАГ складає біля 1 ат.% і досягається добавкою оксиду неодиму Nd<sub>2</sub>O<sub>3</sub> в шихту при вирощуванні кристалів. При вирощуванні скла зі складом LiMgAlSiO<sub>3</sub> у шихту добавляють біля 3 ваг.% Nd<sub>2</sub>O<sub>3</sub>. І в кристали, і в скло атоми неодиму входять як іони Nd<sup>3+</sup>. Як зазначалося, положення рівнів 4f електронів у атомах неодиму мало змінюються при зміні матриці.

У кристалах IAГ іони Nd<sup>3+</sup> мають інтенсивні смуги люмінесценції при довжинах хвилі  $\lambda_1 = 1,064$  мкм (а також ряд менш інтенсивних смуг в області 1,05–1,1мкм) та  $\lambda_2 = 1,319$  мкм. Ці вузькі смуги випромінювання при кімнатній
температурі мають однорідне уширення (Δλ≈0,7нм), обумовлене взаємодією з коливаннями кристалічної гратки (з їх квантами – фононами).

Іони неодиму мають багато смуг поглинання у видимій області спектру. Ці смуги використовуються для оптичного накачування. Як неодимове скло, так і кристали з домішкою неодиму, в лазерах та квантових підсилювачах оптичного потоку використовуються як 4-рівневі системи.

Кристалічні матриці мають коефіцієнт теплопровідності набагато більший, ніж у скла. У лазерах, які працюють у неперервному режимі, звичайно використовують кристали ІАГ. Кристали з домішками Nd мають вигляд стержня діаметром до кількох сантиметрів та довжиною 2 – 3 дециметри. Такі лазери мають потужність до сотень ват. При цьому поріг генерації настільки низький, що можна використовувати (із застосуванням концентратора) сонячне світло для збудження.

У склі енергетичні рівні неодиму мають велике неоднорідне уширення  $(\Delta \lambda \approx 30 \text{ нм})$ , зумовлене неоднорідністю електричного поля. Внаслідок низької теплопровідності скла (на порядок меншої, ніж у кристалів ІАГ) лазери на основі неодимового скла працюють в імпульсному режимі, генеруючи імпульси енергією до десятків кДж.

Використання скла як матриці для іонів неодиму дає ряд важливих переваг:

1. Із неодимового скла можна виготовити робоче тіло великих розмірів. Крім того, у склі досягається більш висока концентрація іонів Nd<sup>3+</sup> без суттєвого зниження оптичних параметрів матеріалу. Тому в лазерах з неодимового скла можна отримати велику енергію імпульсів (отримано біля 100 кДж) та велику імпульсну потужність (досягнуто миттєвої потужності понад 100 ТВт).

2. З неодимового скла можна виготовити робоче тіло складної форми, що дуже важливо для технічних застосувань лазерів.

3. На основі неодимового скла можна виготовити оптичне волокно діаметром у десятки мікрометрів для використання у волоконнооптичних лазерах і підсилювачах.

4. На основі неодимового скла можна виготовляти оптичні логічні елементи, швидкодія яких набагато вища, ніж у електричних логічних елементів.

#### 3.5. Лазери на розчинах барвників

Лазери на розчинах органічних барвників (лазери на барвниках) дають випромінювання в ультрафіолетовій, видимій та близькій інфрачервоній областях.

Цінною властивістю молекул органічних барвників, що знаходяться у розчинах (у воді та в органічних розчинниках), є велика ширина смуг <u>спонтанного</u> випромінювання. Тому довжину хвилі випромінювання лазерів на барвниках можна <u>плавно перестроювати</u> в діапазоні шириною в десятки нанометрів зміною параметрів резонатора. Сама же ширина спектру <u>лазерного</u> випромінювання може бути малою і складати 1-1,5 МГц.

Велика ширина смуги спонтанного випромінювання дозволяє в імпульсних лазерах на барвниках реалізувати **режим синхронізації мод** і отримувати імпульси пікосекундного та фемтосекундного діапазонів тривалості.

Органічні барвники, що застосовуються в промисловості, мають широкі інтенсивні смуги поглинання у видимій області спектру, що зумовлює забарвлення оброблених ними матеріалів. В даний час вживається розширене поняття "органічні барвники": це – складні органічні сполуки, що мають інтенсивні смуги поглинання в областях спектру від ближнього інфрачервоного до ближнього ультрафіолетового. Із відомих кількох тисяч барвників для отримання лазерного випромінювання придатні кілька сот. Всі вони мають різні люмінесцентні властивості: довжину хвилі, кількість і ширину смуг поглинання

і випромінювання, інтенсивність випромінювання та ін. Вказані властивості змінюються при зміні розчинника. Найбільш уживаними в лазерній техніці є такі барвники: нільський голубий, крезил-віолет, родамін, кумарин. Найкращим з них є родамін-6ж, який дає випромінювання в діапазоні довжин хвиль 550-560 нм.

**Енергетичний спектр** молекули барвника включає електронні, коливальні та обертальні рівні. Відстань між електронними рівнями складає 1-3 еВ, між коливальними ~ 0,1 еВ, між обертальними  $10^{-4} - 10^{-3}$  еВ. Електронні стани молекул поділяються на синглетні (S) з нульовим повним спіном електронів і триплетні (T) з ненульовим спіном.

Молекули барвників включають велике число (20-60) атомів. Така молекула має дуже багато (≥100) коливальних ступенів свободи. Для наочності на рис.1 показана залежність потенціальної енергії молекули від однієї (умовної) конфігураційної координати *х* для двох нижніх синглетних станів S0 і S1.

Криві  $U_0 = U_0(x)$ ;  $U_1 = U_1(x)$  – залежності енергії електронної підсистеми від координати x. Ці функції  $U_0(x)$ ;  $U_1(x)$  відіграють роль потенціальної енергії для атомної підсистеми. Мінімуми потенціальної енергії в станах S<sub>0</sub> i S<sub>1</sub> відповідають точкам  $x_0$  i  $x_1$ . Звичайно, зі зростанням номера електронного стану  $n_i$  збільшується рівноважна "відстань" x. Горизонтальними відрізками на рис.1 показано коливальні рівні. При кімнатній температурі заселені нижні коливальні рівні, що відповідають електронному стану S<sub>0</sub>, з коливальними енергіями  $\Delta E \sim kT=0,26$  еВ. Кожному коливальному рівню відповідають ще обертальні рівні, розташовані дуже щільно. Для спрощення обертальні рівні не показані на рис. 1.



Рис.1. Спектр енергії молекули, що відповідає двом нижнім синглетним електронним станам: S<sub>0</sub> і S<sub>1</sub>.

При поглинанні фотона з енергією змінюється  $hv_{\Pi}$ електронний стан, а відстань між атомами (величина x) практично не встигає змінитися ( принцип Франка-Кондона). Це відповідає "вертикальному" переходу 1 рис.1 на 3 нижнього коливального рівня стану S<sub>0</sub> на збуджений коливальний рівень В стану  $S_1$ . молекулах барвників, у відповідності до числа коливальних ступенів  $>10^{2}$ свободи. існує які. коливальних мод, звичайно, мають різні власні частоти. Крім того, як уже згадувалося, € обертальні

моди. Тому спектр поглинання має широкі смуги, з шириною ~ 0,1 eB. За час 1-10 пс коливальна енергія передається іншим ступеням свободи, так що молекула перейде на нижній коливальний рівень (переходи 2).

Випромінювання фотона з енергією  $hv_{\rm B}$  відбудеться при "вертикальному" переході 3. Видно, що перехід 3 відбувся з нижнього коливального рівня стану S<sub>1</sub> на збуджений коливальний рівень стану S<sub>0</sub>. Надлишкова коливальна енергія буде розсіяна за рахунок переходів 4. Таким чином, видно, що енергія випромінюваних фотонів  $hv_{\rm B} < hv_{\rm n}$ , де  $hv_{\rm n}$  – енергія фотонів, які поглинаються. Спектр випромінювання зміщений у сторону менших енергій фотонів (в

довгохвильову сторону) порівняно зі спектром поглинання. Це зміщення називається **правилом Стокса**. Різниця енергій фотонів, що поглинаються і випромінюються ΔE<sub>c</sub> = hv<sub>п</sub>



Рис.2. Схема нижніх енергетичних рівнів та електронні переходи при оптичному збудженні молекул барвника.

hv<sub>в</sub>, виділяється при переходах 2 та 4 і йде на нагрівання молекул барвника і розчинника. збудженого Час життя стану S1 складає  $\tau \sim 1-5$  нс. Випромінювальний перехід 3 відбувається на не заселені в рівновазі верхні коливальні рівні, що відповідає 4-рівневій системі, розглянутій раніше.

Квантовийвихідлюмінесценції(люмінесценція,якавідповідаєдозволенимпереходаміхарактеризуєтьсямалимчасом релаксації ~1-10 нс,

називається флуоресценцією) різних барвників (при збудженні лазерним випромінюванням) може бути високим і наближатися до 1.

<u>Причинами втрат</u> енергії в молекулах барвників є невипромінювальні переходи між S-рівнями та переходи між S і T рівнями.

На рис.2 показана спрощена схема нижніх енергетичних рівнів та електронні переходи при оптичному збудженні молекул барвника.

Окремо показано синглетні (S<sub>0</sub>, S<sub>1</sub>, S<sub>2</sub>) та триплетні (T<sub>1</sub> i T<sub>2</sub>) рівні.

В першому порядку теорії збурень при поглинанні та випромінюванні фотонів дозволені лише переходи, при яких спін електронів не змінюється, тобто переходи між S-станами (S–S переходи) та окремо – між T-станами (T–T переходи). При поглинанні фотонів накачки відбувається перехід 1 (S<sub>0</sub> $\rightarrow$ S<sub>1</sub>). Втрати енергії відбуваються за рахунок переходів 3, 4, 5, 6. Перехід 3 – невипромінювальний перехід S<sub>0</sub> $\rightarrow$ S<sub>1</sub> (внутрішня конверсія). Ймовірність внутрішньої конверсії молекул барвника звичайно мала порівняно зі ймовірністю випромінювального переходу S<sub>1</sub> $\rightarrow$  S<sub>0</sub>.

Невипромінювальний перехід 4 ( перехід  $S_1 \rightarrow T_1$ ) – синглет-триплетна конверсія є наслідком спін-орбітальної взаємодії. При переході 4 зменшується число молекул в стані  $S_1$ , які могли б приймати участь у випромінювальних переходах 2. Крім того, переходи 4 ведуть до заселення стану  $T_1$  ( який є довго живучим, метастабільним, оскільки переходи  $T_1 \rightarrow S_0$ , що супроводжуються зміною спіну, заборонені). При значному заселенні стану  $T_1$  значну роль починають відігравати переходи 5 ( $T_1 \rightarrow T_2$ ), що відбуваються за рахунок <u>поглинання</u> фотонів. Так що заселення стану  $T_1$  веде до зростання коефіцієнта поглинання для фотонів накачки і (або) фотонів, що випромінюються при переходах 2. При збільшенні інтенсивності накачки зростає концентрація електронів у стані  $S_1$ , що веде до збільшення інтенсивності переходів 4 і 5, тобто до зменшення квантового виходу флуоресценції.

Щоб зменшити роль переходів 5, у розчин барвника вводять так звані гасники триплетного стану, тобто молекули, взаємодія з якими збільшує ймовірність опустошення стану  $T_1$  за рахунок переходів 7 ( $T_1 \rightarrow S_0$ ).

Ефективними гасниками триплетного стану в лазерах на розчинах барвників є кисень і деякі вуглеводні, такі як C<sub>8</sub>H<sub>12</sub> і C<sub>10</sub>H<sub>12</sub>.



Рис.3. Переходи між станами S<sub>0</sub> і S<sub>1</sub> молекули барвника при оптичному накачуванні.

Фотони можуть також втрачатися внаслідок переходів 6, тобто переходів 3 верхнього робочого стану S1 в Sстани з більш високими енергіями. Барвники, В яких спектр поглинання, що відповідає переходам 6, перекривається 3i спектром поглинання при 1. переходах або 31 спектром випромінювання при переходах 2, мають низький квантовий вихід люмінесценції і, звичайно, використовуються не В лазерах.

#### Лазери на розчинах

<u>барвників</u> звичайно працюють при оптичному накачуванні. Джерелом накачування може бути лазер або (рідше) – спеціальна імпульсна лампа. При накачуванні лазерним випромінюванням, частота якого відповідає смузі поглинання барвника, квантовий вихід випромінювання (а значить, і к.к.д.) набагато вищий, ніж при використанні імпульсної лампи.

<u>Частота генерації</u> лазера на розчині барвника задається резонатором. Зміною параметрів резонатора можна плавно перестроювати частоту генерації в межах спектральної смуги випромінювання даного барвника.

<u>Умова квантового підсилення</u> світла у барвнику відповідає 4-рівневій схемі накачування. На рис.3 на енергетичній діаграмі показано електронні переходи між S<sub>0</sub>- і S<sub>1</sub>- станами при оптичному накачуванні.

Перехід 1 відбувається при поглинанні світла від джерела накачування.

Енергія генерованих лазером фотонів hv задається селективним резонатором. Тоді положення верхнього робочого рівня Е<sub>в</sub> (точніше, групи рівнів) і нижнього робочого рівня Е<sub>н</sub> визначається із рівності

$$\frac{U_l(\mathbf{x}_{\mathrm{r}}) - U_0(\mathbf{x}_{\mathrm{r}}) = hv,}{(1.1)}$$

де *x*<sub>г</sub> – значення конфігураційної координати молекули, при якому відбувається генерація когерентних фотонів. Нехай ширина спектру генерованого лазерного випромінювання дорівнює δhv. Тоді в генерації будуть брати участь коливальнообертальні рівні, що знаходяться в інтервалі енергії

$$\delta E_H = \delta E_B = \delta E = \delta h v , \qquad (1.2)$$

де  $\delta E_{\rm H}$  і  $\delta E_{\rm B}$  - відповідні інтервали енергії для верхніх і нижніх робочих рівнів .

Як уже згадувалось, за час 1-10 пс коливальна енергія молекули в станах S<sub>0</sub> і S<sub>1</sub> термалізується, тобто молекули "збираються" в інтервалі енергії

$$\Delta E \approx kT \tag{1.3}$$

поблизу мінімумів енергії  $S_0$  і  $S_1$  станів, які позначено на рис. З як  $U_{0M}$  і  $U_{1M}$ . Число молекул на верхній групі робочих рівнів (які беруть участь у генерації) тоді буде

$$\delta N_1 = N_1 \frac{\delta E}{kT} \exp\left(-\frac{\Delta E_B}{kT}\right),\tag{1.4}$$

де  $N_l$  – повне число молекул в стані  $S_l$ ;

$$\Delta E_B = E_B - U_{1M} \,. \tag{1.5}$$

Аналогічно для молекул на нижній групі робочих рівнів

$$\delta N_0 = N_0 \frac{\delta E}{kT} \exp\left(-\frac{\Delta E_H}{kT}\right),\tag{1.6}$$

де  $N_0$  – повне число молекул в стані  $S_0$ ;

$$\Delta E_H = E_H - U_{0M} \,. \tag{1.7}$$

Інтенсивність переходів 2 на рис.3, тобто число генерованих за 1с фотонів, можна підрахувати за формулою

$$Z_{\rm reh} = \sigma_{10} L \delta N_{1,} \tag{1.8}$$

де σ<sub>10</sub> – переріз переходу S1→S0; *L* – густина потоку генерованих фотонів. Для інтенсивності поглинання фотонів (переходів 3) аналогічно отримаємо

$$Z_{\text{погл}} = \sigma_{01} L \delta N_0, \qquad (1.9)$$

де  $\sigma_{01}$  – переріз переходу  $S_0 \rightarrow S_1$ . Очевидно, пороговою умовою квантового підсилення є

$$Z_{\rm reh} > Z_{\rm norn} \,. \tag{1.10}$$

Враховуючи вирази (4) і (6) для  $\delta N_1$  і  $\delta N_0$  і приймаючи  $\sigma_{10} = \sigma_{01}$ , умову (10) отримаємо у вигляді

$$N_1 > N_0 \exp\left(-\frac{\delta E_H - \delta E_B}{kT}\right). \tag{1.11}$$

Звичайно, в стаціонарному режимі або в імпульсному режимі при тривалості імпульсів  $\Delta t \ge 100$  пс збуджені в стан  $S_I$  молекули встигають термалізуватися, тобто віддати надлишкову коливально-обертальну енергію. При цьому в умові (11) можна покласти

$$\Delta E_{\rm B} = 0 \,. \tag{1.12}$$

Тоді умова квантового підсилення світла прийме вигляд

$$N_1 > N_0 \exp\left(-\frac{\Delta E_{\rm H}}{kT}\right). \tag{1.13}$$

При цьому із рис.3 видно, що енергія генерованих фотонів

$$hv = \Delta U_{\rm M} - \Delta E_{\rm H}, \qquad (1.14)$$

де

$$\Delta U_M = \Delta U_{1M} - \Delta U_{0M} \tag{1.15}$$

є різниця між мінімальними енергіями молекули в станах S<sub>1</sub> і S<sub>0</sub>. Величина  $\Delta U_{\rm M}$ – параметр молекули даного барвника, що знаходиться у певному розчиннику. Виразивши  $\Delta E_{\rm H}$  із (14), умову підсилення світла (13) можна записати у вигляді

$$N_1 > N_0 \exp\left(-\frac{\Delta U_M - h\nu}{kT}\right). \tag{1.16}$$

Із формул (13) і (16) видно, що, враховуючи

$$\Delta E_H = \Delta U_M - h\nu > 0, \qquad (1.17)$$

причому

$$\Delta E_H >> kT , \qquad (1.18)$$

отримаємо, що квантове підсилення починається при  $N_1 << N_0$ , тобто коли лише незначна частина молекул барвника переведена накачкою з S<sub>0</sub>-стану в S<sub>1</sub>-стан.

<u>Обмеження</u> справедливості умови підсилення світла (13) і еквівалентної їй умови (16) такі:

а) при виведенні умови (13) вважалось, що молекули, переведені накачкою в стан S1, встигають термалізуватися, тобто віддати надлишкову коливальну енергію. Це справедливо в стаціонарному режимі або в імпульсному режимі при тривалості імпульсів накачування

$$\Delta t \gg \tau_{\rm T} \tag{1.19}$$

де  $\tau_T = 1-5$  пс – час термалізації коливально-обертальної енергії молекул;

б) в умовах (13) і (16) не враховано внутрішньо-молекулярні механізми втрат фотонів, що відповідають поглинанню при переходах 3, 4, 5, 6 на рис.2. При наявності втрат для квантового підсилення світла потрібно досягти (за рахунок більшої потужності накачки) більш високої концентрації *N*<sub>1</sub>молекул в стані S<sub>1</sub>.

Конструкція лазерів на барвниках визначається необхідним режимом роботти. В імпульсних лазерах розчин барвника може знаходитися в спеціальній посудині. Розчин барвника може бути введений в мілкопорувату губчату скляну матрицю. Використовуються також тверді розчини барвника в прозорих полімерах, таких як полістирол. Для накачування імпульсних лазерів на барвниках використовуються друга гармоніка випромінювання рубінового лазера (λ = 0,347 мкм), друга (λ = 0,53 мкм) і більш високі гармоніки неодимового лазера, випромінювання азотного, ексимерних та інших лазерів. Головною особливістю імпульсних лазерів на барвниках є можливість отримання ультракоротких імпульсів (пікосекундного і фемтосекундного діапазонів) і одночасно можливість **плавного перестроювання частоти**. Обидві шi пов'язані з тим, що спектральна особливості смуга спонтанного випромінювання молекул барвників дуже широка,  $\Delta hv \sim 0.1$  eB. Це дозволяє одночасно генерувати велику кількість мод, інтерференція яких дає короткі імпульси (в режимі синхронізації мод).

В лазерах неперервної дії необхідно забезпечити тепловідведення, а також протидіяти накопиченню в активній області продуктів фотолізу барвника. Для цього використовується неперервне прокачування розчину барвника. рішенням збудження лазерної генерації Оптимальним € В тонкому плоскопаралельному струмені розчину барвника, що витікає із сопла відповідної форми.

Джерелом накачки для лазерів, що працюють у неперервному режимі, може бути випромінювання аргонового лазера, сфокусоване до діаметра плями 10-100 мкм.

Перестроювання частоти спектральної ширини СМУГИ В межах люмінесценції досягається використанням селективних (диспергуючих) резонаторів. Перестроювання частоти резонатора дозволяє змінювати частоту генерованого лазерного випромінювання. Перестроювання частоти

випромінювання може здійснюватися як в імпульсних лазерах, так і в лазерах неперервної дії на розчинах барвників.

# 4. РЕЖИМИ РОБОТИ ЛАЗЕРІВ

При розгляді режимів роботи лазерів ми будемо користуватися методами кінетичної теорії, яка базується на кінетичних рівняннях (рівняннях балансу)

для населеностей робочих рівнів та для інтенсивності випромінювання. У кінетичні рівняння входять ймовірності переходів, які визначаються інтенсивністю випромінювання, а не напруженостями полів. Тому кінетична теорія не враховує фази електромагнітних хвиль, а значить, не враховує інтерференцію прямих і зворотних хвиль у резонаторі. У зв'язку з цим методи кінетичної теорії застосовуються в умовах, коли інтерференційні ефекти незначні: а) при розрахунках допорогових явищ (ми користувалися кінетичними рівняннями для описання поведінки 2-рівневих систем при оптичному накачуванні, а також для одержання умов створення інверсної населеності в 3рівневих та 4-рівневих системах при оптичному накачуванні); б) в розрахунках режимів роботи лазерів при незначному перевищенні порогу генерації, коли роль нелінійних явищ незначна (інтенсивність випромінювання невисока); в) при аналізі роботи лазерів з великою кількістю некогерентних між собою мод. Кінетичні методи часто використовуються при вивченні нестаціонарних процесів, оскільки застосування більш точних методів різко ускладнює розрахунки і не дає суттєвого підвищення точності результатів.

#### 4.1. Усереднене рівняння для інтенсивності випромінювання лазера

Усереднене рівняння для інтенсивності лазера базується на спрощеній моделі, яка не враховує просторові неоднорідності потоку фотонів і густини інверсної населеності у активній речовині. Це рівняння можна одержати при таких припущеннях: а) вважається, що інтенсивність випромінювання однорідна по площі перерізу активної речовини. Тоді можна обмежитися одновимірним наближенням; б) приймається, що інтенсивність випромінювання мало змінюється на довжині резонатора. Тоді можна розглядати середні значення інтенсивності випромінювання і населеностей робочих рівнів активної

речовини; в) не враховується взаємодія прямої та зворотної хвиль, які поширюються в протилежних напрямках.

Такі припущення справедливі для аналізу роботи лазерів з малим коефіцієнтом підсилення та лазерів, які працюють у багатомодовому режимі.

Використаємо рівняння (11) параграфа 1.5 для зміни густини потоку фотонів *L* уздовж променя, який поширюється в активному середовищі,

$$\frac{dL}{dx} = \sigma_{21} \Delta N L - \alpha_e L , \qquad (1)$$

де  $\sigma_{12}$  – переріз стимульованого переходу між робочими рівнями; величина  $\Delta N$ , що визначається формулою

$$\Delta N \equiv N_2 - \frac{g_2}{g_1} N_1, \tag{2}$$

– це густина інверсної населеності робочих рівнів, кратності виродження яких складають  $g_1$  і  $g_2$ , а населеності  $N_1$  і  $N_2$ ; ефективний коефіцієнт поглинання  $\alpha_e$  враховує поглинання електромагнітного випромінювання, не пов'язане з переходами між робочими рівнями, а також розсіювання електромагнітних хвиль та інші втрати в резонаторі. За визначенням  $\alpha_e$  – відносне число фотонів, що втрачаються, в розрахунку на одиницю довжини резонатора.

Враховуючи зв'язок між похідними

$$\frac{dL}{dt} = \frac{dL}{dx}\frac{dx}{dt},\tag{3}$$

де  $\frac{dx}{dt} = \frac{c}{n}$  ( c/n – швидкість світла у даному середовищі), з рівняння (1)

отримаємо

$$\frac{dL}{dt} = \left(\sigma_{21}\Delta N - \alpha_e\right)\frac{c}{n} \cdot L \,. \tag{4}$$

Це і є **усереднене рівняння для інтенсивності випромінювання** (точніше – для густини потоку фотонів) лазера.

Очевидно, рівняння (4) справедливе для вихідного випромінювання лазера при таких зауваженнях: а) ефективний коефіцієнт поглинання  $\alpha_e$  враховує всі втрати в резонаторі, а не тільки втрати в активному середовищі; б) потік фотонів змінюється незначно за час одного проходу променя всередині резонатора; б) коефіцієнт пропускання вихідного дзеркала не залежить від інтенсивності випромінювання.

При застосуванні рівняння (4) до вихідного випромінювання лазера можна виразити ефективний коефіцієнт поглинання  $\alpha_e$  через добротність резонатора Q у відповідності з формулами (7) і (16) параграфа 2.2:

$$\alpha_e = \frac{1}{L_r} \ln \left( \frac{1}{1 - \frac{2\pi L_r}{\lambda Q}} \right), \tag{5}$$

де *L*<sub>r</sub> довжина резонатора;  $\lambda$  – довжина хвилі випромінювання лазера.

Рівняння, аналогічні до (4), можна записати для потужності випромінювання та густини енергії випромінювання.

У рівняння (4) входять як невідомі величини густина потоку фотонів L і густина інверсної населеності  $\Delta N$ . Для знаходження цих величин потрібно ще одне рівняння — кінетичне рівняння для густини інверсної населеності, яке має вигляд

$$\frac{d\Delta N}{dt} = A(\Phi) - B(\Phi)\Delta N - C\Delta NL, \qquad (6)$$

де коефіцієнти *A* і *B* залежать від інтенсивності накачування Ф. Наприклад, для 3-рівневої системи при оптичному накачуванні (у випадку, коли кратності виродження станів 1 і 2 однакові)

$$A = (W_{13} - A_{21})N; (7)$$

$$B = W_{13} + A_{21} + 2W_{21}^{p}; (8)$$

$$C = 2\sigma_{21},\tag{9}$$

де ймовірність переходів  $E_1 \rightarrow E_3$  під дією випромінювання накачування визначається формулою (1) параграфа 3.3:

$$W_{13} = B_{13} \int_{0}^{\infty} S(v) \rho_{v} dv , \qquad (10)$$

де  $B_{13}$  – відповідний коефіцієнт Ейнштейна; S(v) – функція форми спектральної лінії;  $\rho_v$  – спектральна густина енергії випромінювання; N – концентрація атомів;  $W_{21}^p$  – ймовірність переходу  $E_2 \rightarrow E_1$  між робочими рівнями під дією випромінювання накачування, яка визначається формулою, аналогічною до (10).

Рівняння (4) і (6) складають систему, за допомогою якої можна приблизно розрахувати режими роботи лазера, тобто величини густини потоку фотонів L і густини інверсної населеності  $\Delta N$  в залежності від інтенсивності накачування і часу.

Слід зазначити, що система рівнянь (4) і (6), за врахуванням конкретного вигляду коефіцієнтів *A*, *B* і *C*, придатна для розрахунків режиму роботи лазерів з різними механізмами накачування.

Зауважимо, що система зчеплених рівнянь (у кожне з яких входять обидві невідомі величини) (4) і (6) нелінійна. Ця система не має загального розв'язку.

## 4.2. Стаціонарний режим роботи лазера

Стаціонарний режим роботи лазера – це режим, який установлюється при  $t \rightarrow \infty$  у випадку, коли коефіцієнти у рівнянні (6) – сталі, що має місце при

постійній інтенсивності накачування, тобто при  $\rho_v(t) = const$  у виразі (10).

При цьому  $\frac{d\Delta N}{dt} \rightarrow 0; \frac{dL}{dt} \rightarrow 0$ . Тоді з рівняння (4) отримаємо

$$\left(\sigma_{21}\Delta N - \alpha_e\right)L = 0. \tag{11}$$

Рівність (11) може виконуватися у двох випадках: а) коли *L*=0, – тобто при відсутності лазерної генерації (у підпороговому режимі); б) при *L* ≠ 0, тобто в режимі лазерної генерації.

Для підпорогового режиму (тобто, у випадку а)), підставивши L=0 у рівняння (6), одержимо

$$\Delta N = \frac{A(\Phi)}{B(\Phi)}.$$
(12)

Для 3-рівневої системи, з урахуванням рівностей (7) – (9), отримаємо

$$\Delta N = \frac{W_{13} - A_{21}}{W_{13} + A_{21} + 2W_{21}^p} N, \qquad (13)$$

де, згідно з формулою (10), величини  $W_{13}$  і  $W_{21}^p$  пропорціональні до інтенсивності накачування.

При дуже низькій інтенсивності накачування, коли  $W_{13}, W_{21}^p \ll A_{21}$ , із (13) отримаємо  $\Delta N \approx -N$ , що означає, що практично всі атоми знаходяться на нижньому робочому рівні. Для 4-рівневої системи у даному випадку (при умові, що кратності виродження станів 1 і 2 однакові) одержимо

$$\Delta N \approx -N \exp\left(-\frac{E_2 - E_1}{kT}\right).$$
<sup>(14)</sup>

Вираз (14) враховує, що у рівноважному стані населеність 3-го (верхнього робочого) рівня *N*<sub>3</sub>=0, а для населеності 2-го (нижнього робочого) рівня справедливо співвідношення (6) параграфа 3.4.

З підвищенням інтенсивності накачування величина  $\Delta N$  зростає, як показано на рис. 1.

Після досягнення порогового значення інверсної населеності  $\Delta N_t$  (тобто, у випадку б)) починається лазерна генерація, і  $L \neq 0$ . Тоді з формули (11) видно, що у стаціонарному стані величина густини інверсної населеності буде визначатися виразом

$$\Delta N = \Delta N_t = \frac{\alpha_e}{\sigma_{21}}.$$
(14)

Таким чином, після початку лазерної генерації величина інверсної населеності перестає змінюватися зі зростанням інтенсивності накачування (насичується).



Рис. 1

Інтенсивність лазерного випромінювання можна знайти із рівняння (6) з урахуванням виразу (14) для інверсної населеності  $\Delta N = \Delta N_t$ 

$$L = \frac{A(\Phi) - B(\Phi)\Delta N_t}{C\Delta N_t}.$$
(15)

Для 3-рівневої системи, враховуючи вирази (7) – (9) для коефіцієнтів у рівнянні (6), отримаємо

$$L = \frac{[W_{13}(N - \Delta N_t) - 2W_{21}^p \Delta N_t] - A_{21}(N + \Delta N)}{2\sigma_{21}\Delta N_t}.$$
 (16)

Вираз у квадратних дужках у формулі (16) пропорційний до інтенсивності накачування. Тому після досягнення порогу генерації інтенсивність повинна лінійно випромінювання, за даною моделлю, залежати від інтенсивності накачування, як показано на рис. 2.



Рис.2

На рисунках 1 і 2 інтенсивність накачування характеризується спектральною густиною випромінювання накачування на частоті, що відповідає смузі поглинання атомів, яка використовується для накачування. Це справедливо, коли така смуга поглинання одна, а також, у відповідності до формули (18) параграфа 1.2, коли для накачування використовується випромінювання широкого спектру (наприклад, випромінювання дугової газорозрядної лампи).

У випадку, коли для накачування використовується пропускання струму через активну речовину (в газових та напівпровідникових лазерах), або бомбардування пучком прискорених електронів і т. п., отримаємо залежності, подібні до зображених на рис 1 і 2, де вздовж осі абсцис буде відкладений відповідний параметр інтенсивності накачування.

## 4.3. Імпульсний режим вільної генерації

Розглянемо кінетику лазерного випромінювання після включення накачування. Використаємо систему рівнянь (4) і (6), причому в рівнянні (6) будемо вважати коефіцієнти  $A(\Phi)$ ,  $B(\Phi)$  і C незалежними від часу. Це відповідає ідеалізованому



Рис. 3

випадку, коли інтенсивність накачування  $\Phi$  "включається" в момент *t*=0 і далі підтримується постійною, як це показано на рис. З*а*. Початковими умовами для рішення системи рівнянь візьмемо  $\Delta N(0) = \Delta N_0$  і *L*=0. Як зазначалося, система зчеплених диференційних неоднорідних рівнянь (4) і (6) не має загального аналітичного розв'язку.

Як зазначалося раніше, величина L у даних рівняннях – це інтенсивність лазерного випромінювання, яке виникає тільки після того, як буде досягнута порогова інверсна населеність робочих рівнів. Порогова інверсна населеність не може бути досягнута миттєво, тобто певний час у рівняннях (4) і (6) можна покласти L=0. Тоді рівняння (4) буде виконуватися, а рівняння (6) перетвориться в лінійне неоднорідне рівняння 1-го порядку с постійними коефіцієнтами відносно  $\Delta N$ , і його рішення буде мати вигляд

$$\left(\Delta N - \Delta N_0\right) = \left(\Delta N_S - \Delta N_0\right) \left(1 - e^{-\frac{t}{\Theta}}\right),\tag{17}$$

де  $\Theta = 1/B$ ,  $\Delta N_S = A/B$ . Дане рішення показано на рис 36 суцільною кривою до  $t=t_2$  і штриховою кривою при  $t>t_2$ . Штрихова лінія на рис. 36 відповідає пороговому значенню інверсної населеності  $N_t$ , яке визначається виразом (14).

У момент  $t_1$  величина  $\Delta N$  досягає значення  $N_t$ , при якому у стаціонарному випадку можлива лазерна генерація. Але, при початковому значенні інтенсивності лазерного випромінювання L=0, із рівняння (6) випливає, що лазерної генерації взагалі не буде. Це **неправильне** твердження є наслідком **спрощеної** моделі: ми не врахували, що в активній речовині є спонтанне випромінювання, яке може ініціювати процес лазерної генерації. Для початку генерації, коли величина  $\Delta N$  досягла значення  $\Delta N_t$ , необхідно, щоб за рахунок **спонтанного** випромінювання народився **такий фотон**, який би задовольняв такі вимоги: *а*) поширювався вздовж осі резонатора в **малому тілесному куті**, що відповідає просторовому розподілу **лазерного** випромінювання; *б*) мав би точно ту ж **енергію і поляризацію**, які відповідають тій моді резонатора, на якій буде відбуватися генерація. Тільки в цьому випадку електромагнітна хвиля зможе потім підсилюватися і дасть початок лазерній генерації. Поки цей фотон народиться, пройде певний час, за який інверсна населеність зросте і перевершить величину  $\Delta N_t$ . З цього моменту почнеться лавиноподібне зростання інтенсивності лазерного випромінювання L, поки останній член у рівнянні (6) не стане таким великим, що, у момент  $t=t_2$ , права частина рівняння (6) перетвориться в нуль. За цей час інверсна населеність виросте до значення  $\Delta N(t_2) > \Delta N_t$ . А така величина інверсної населеності перевищує її значення відповідає стаціонарній генерації. Це означає,  $\Delta N = \Delta N_{\rm t}$ , яке ШО дана інтенсивність накачування не може підтримувати інверсну населеність  $\Delta N(t_2) > \Delta N_t$  Тому, починаючи з моменту  $t=t_2$ , інверсна населеність буде падати, причому до значень  $\Delta N < \Delta N_t$ , як показано на рис. *Зб.* Коли інверсна населеність впаде нижче порогової величини. В активній речовині резонансне випромінювання буде не підсилюватися, а поглинатися, так що генерація припиниться. Таким чином, ми отримаємо короткий імпульс випромінювання, показаний на рис. Зв. Після припинення генерації знову почнеться зростання інверсної населеності у відповідності до рівняння (6) при *L*=0. Все повториться знову, і ми отримаємо другий імпульс випромінювання, показаний на рис. Зв. Цей процес буде продовжуватися далі. Ми будемо мати так званий пічковий режим генерації, коли випромінювання має вигляд послідовності окремих пічків. Інтервал часу між пічками може змінюватися хаотично, внаслідок того, що спонтание народжения фотона з параметрами, необхідними для ініціювания лазерної генерації – це явище випадкове. Слід відзначити, що при великій пічковий тривалості імпульсів накачування режим генерації може перетворитися в стаціонарний.

#### 4.4. Режим модульованої добротності

Інтенсивність випромінювання у пічках, які відповідають імпульсному режиму вільної генерації, обмежена тим, що лазерна генерація починається, коли

інверсна населеність незначно перевищить своє порогове значення  $\Delta N_t$ . Щоб досягти більш високих значень інверсної населеності до початку лазерної генерації, добротність резонатора спеціально знижують за рахунок підвищення втрат енергії. Після досягнення бажаної інверсної населеності добротність різко підвищують. Накопичена велика енергія віддається активною речовиною у вигляді короткого потужного імпульсу випромінювання. У цьому полягає ідея режиму модульованої добротності.

Для роботи в режимі модульованої добротності до схеми лазера вводять модулятор, як показано на рис. 1, в параграфі 3.1. Модулятори поділяють на активні і пасивні. Активні модулятори схематично зображені на рис. 4. На рис. 4*а* показано модулятор на основі **електрооптичного ефекту**. Електрооптичний ефект (ефект Керра у рідинах і ефект Поккельса у кристалах) – це виникнення (або зміна величини) подвійного променезаломлення у речовині під дією сильного електричного поля.

Елемент Керра являє собою конденсатор, заповнений нітробензолом. В сильному електричному полі молекули нітробензолу орієнтуються. Тоді виникає подвійне променезаломлення: значення показника заломлення (який характеризує швидкість поширення світла) для електромагнітних хвиль, поляризованих у двох взаємно перпендикулярних площинах, будуть різні, і їх різниця  $\Delta n = n_2 - n_1$  залежить від напруженості зовнішнього поля (для ефекту Керра  $\Delta n \sim E^2$ , де E – напруженість поля).

Ефект Поккельса спостерігається в кристалах, що не мають центра інверсії, наприклад, у ніобаті літію (у видимому та ближньому ІЧ діапазоні), у телуриді кадмію (у середній ІЧ області). В даному випадку наведена

електричним полем різниця показників заломлення  $\Delta n \sim E$ . Розрізняють поперечний і поздовжній електрооптичний ефект у кристалах.

Модулятор, показаний на рис. 4а, крім елемента Поккельса, включає



Акустооптичний елемент



поляризатор (у даному випадку – призму Глана). Вісь поляризатора складає кут 45° з головними осями елемента Поккельса. Після проходження призми Глана (зліва направо) промінь буде лінійно поляризований. На елемент Поккельса подається така напруга, щоб після проходження даного елемента у прямому напрямку (зліва направо), відбивання від дзеркала і повторного проходу у зворотному напрямку (справа наліво) площина поляризації променя поверталась

на 90°. Тоді призма Глана не пропустить цього променя (що поширюється справа наліво). Це означає, що при такій напрузі, прикладеній до елемента Поккельса, модулятор діє як оптичний затвор: різко підвищує втрати енергії в резонаторі, тобто сильно зменшує добротність резонатора. Відкривається цей оптичний затвор зняттям напруги з елемента Поккельса. У відсутність напруги зникає подвійне променезаломлення в елементі Поккельса, і система добре пропускає світло.

Крім модуляторів на основі ефекту Поккельса, для модуляції добротності застосовуються акустооптичні елементи. Акустооптичний ефект полягає у виникненні періодичної зміни показника заломлення у кристалах під дією акустичної хвилі. Акустична хвиля модулює густину речовини, а значить, і показник заломлення. При проходженні акустичної хвилі просторовоперіодична зміна показника заломлення створює динамічну дифракційну гратку. Світло, що проходить крізь кристал, дифрагує, як показано штриховими стрілками на рис. 4*б*. Дифракція веде до виходу частини фотонів із резонатора, тобто до зниження добротності. Виключивши ВЧ напругу, що збуджує акустичні хвилі, ми можемо збільшити добротність резонатора.

Акустооптичні елементи вносять в резонатор малі втрати, але вони більш інерційні, ніж елементи Поккельса. Крім того, вони змінюють добротність лише у невеликих межах. Тому модулятори на основі ефекту Поккельса мають більш широке застосування у лазерах з модульованою добротністю, ніж акустооптичні модулятори.

На рис. 5 схематично показано, як змінюються різні величини, що входять в систему рівнянь (4) і (6), у режимі модульованої добротності.

Нехай у момент t=0 «включається» інтенсивність накачування і далі підтримується постійною, як показано на рис. 5*a*. Початкові умови для розв'язання рівнянь (4) і (6) у даному режимі будуть ті ж, що й для режиму вільної генерації: L(0)=0;  $\Delta N(0)=\Delta N_0$ , що видно з рис. 5*b* і 5*c*. Але значення

добротності Q у рівності (5) і відповідна величина  $\alpha_e$  в рівнянні (4) у режимі модульованої добротності не є постійними. Спочатку, при  $t < t_1$ , добротність



Рис. 5

дуже низька, що видно з рис. 56. Після початку накачування інверсна населеність буде зростати згідно з виразом (17). Генерація не може початися внаслідок дуже низької добротності резонатора. Але у момент  $t_1$ , коли інверсна населеність  $\Delta N$  досягла високого значення, ми, знявши на деякий час напругу з елемента Поккельса, різко підвищуємо добротність резонатора Q, як показано

на рис. 56. Досягнуте значення  $\Delta N$  виявляється набагато вищим, ніж порогове значення  $\Delta N_t$ , що відповідає добротності Q. Накопичена енергія виділяється коротким потужним імпульсом випромінювання, показаним на рис.5*г*.

Для здійснення режиму модуляції добротності також використовують пасивні модулятори. Пасивні модулятори – це двохрівневі системи на органічних барвниках. Кювета з розчином барвника розміщується в резонаторі. Коли, при значенні коефіцієнта поглинання барвника  $\alpha_1$ , починається генерація, під дією світла барвник стає прозорим. Добротність резонатора різко підвищується, і генерується потужний імпульс світла.

Інтенсивність імпульсів випромінювання лазерів з модульованою добротністю дуже висока і досягає десятків кДж. Тривалість імпульсу звичайно складає 1 – 10нс. Якщо енергія  $E=10^5$  Дж виділяється за час  $\Delta t=10^{-8}$ с, то миттєва потужність досягає  $P \sim \frac{E}{\Delta t} \approx 10^{13}$  Вт. Тому режим модульованої добротності інакше називається режимом гігантських імпульсів.

## 4.5. Режим синхронізації мод

При роботі лазерів у **режимі синхронізації мо**д одержують надкороткі імпульси випромінювання. Використання даного режиму засновано на тому, що періодичні короткі імпульси можна отримати за рахунок суперпозиції (накладання) гармонічних коливань.

Розглянемо суперпозицію N = 1 + 2n мод (гармонічних коливань), з яких основній моді відповідає циклічна частота  $\omega_0$ , а інші моди мають еквідистантний спектр, тобто  $\omega_{i+1} = \omega_i + \Delta \omega$ , де  $\Delta \omega = \text{const} - \text{частотний}$  інтервал між сусідніми модами ( частота міжмодового биття). Нехай всі моди мають однакову амплітуду коливань електричного вектора  $E_0$ , а початковий

зсув фаз між сусідніми модами дорівнює  $\Delta \phi = \text{const}$  (моди поляризовані). Тоді для електричного вектора результуючих коливань можна записати

$$E = \sum_{m=-n}^{n} E_0 \exp\{i[\omega_0 + m\Delta\omega]t + m\Delta\phi\}.$$
<sup>(18)</sup>

Вираз (1) можна переписати у вигляді

$$E = E_0 \exp(i\omega_0 t) \sum_{m=-n}^{n} E_0 \exp\{im(\Delta\omega t + \Delta\varphi)\}.$$
<sup>(19)</sup>

Тобто результуючі коливання можна зобразити як гармонічні коливання з несучою частотою  $\omega_0$ , промодульовані за амплітудою.

Враховуючи, що сума у виразі (19) – це сума геометричної прогресії, а також приймаючи до уваги тотожність  $e^{\alpha} - e^{-\alpha} = 2 \sin \alpha$ , формулу (2) можна подати як

$$E = A(t) \exp(i\omega_0 t), \qquad (20)$$

де обвідна A(t) має вигляд

$$A(t) = E_0 \frac{\sin\left[\frac{N}{2}(\Delta\omega t + \Delta\varphi)\right]}{\sin\left(\frac{\Delta\omega t + \Delta\varphi}{2}\right)},$$
(21)

де N = 2n + 1 – повне число мод, що беруть участь у суперпозиції.

На рис.6 зображено часову залежність інтенсивності коливань  $I = A^2$ для трьох випадків: *a*) коли N = 3; *б*) при N = 5 і *в*) при N = 9.

Криві  $A^2(t)$  на рис. 6 – нормовані. Співвідношення амплітуд кривих має вигляд

$$I_{3:}:I_5:I_9 = 9:25:81.$$
(22)

Очевидно, що у випадку хаотичного розподілу фаз (у відсутність синхронізації) інтенсивності просто складаються.



Рис. 6

З рис. 6 видно, що обвідна результуючих коливань має імпульсний характер. Період проходження імпульсів *Т* можна визначити як часовий інтервал між моментами перетворення в нуль знаменника у формулі (21), тобто

$$T = 2\pi / \Delta \omega = 1 / \Delta \nu, \qquad (23)$$

де  $\Delta \nu$  – частота міжмодового биття. При цьому

$$1 / \Delta v = T_M = 2L n_r / c = T_0,$$
 (24)

де  $T_M$  – період міжмодового биття;  $n_r$  – показник заломлення активної речовини;  $T_0$  – сумарний час проходу променя у резонаторі у прямому та зворотному напрямках (час повного обходу резонатора випромінюванням).

Тривалість імпульсів випромінювання  $\Delta t$  визначається часовим інтервалом між моментами перетворення в нуль чисельника у формулі (21), тобто

$$\Delta t = 1 / (N \Delta v) = T / N.$$
<sup>(25)</sup>

Із сказаного ясно, як можна отримати короткі імпульси випромінювання у лазері. Для цього необхідно виконання таких умов:

а) необхідно, щоб лазер генерував одночасно на великій кількості мод. Для цього, як зазначалося раніше, потрібно, щоб спектральна лінія атомів була достатньо широкою, причому уширення повинно бути неоднорідним;

б) необхідно, щоб частотний спектр мод був еквідистантним. Ця вимога виконується, коли ефект затягування мод слабкий. Згідно з формулою (1) підрозділу 2.3.1, дана вимога виконується при достатньо великій ширині спектральної лінії;

в) необхідно, щоб фази різних мод, що генеруються одночасно, були не випадковими, а жорстко зв'язаними між собою, тобто моди повинні бути синхронізованими.

Експериментально синхронізація мод здійснюється подібно до того, як це робиться для досягнення режиму гігантських імпульсів. У резонатор вводиться активний або пасивний модулятор. На відміну від режиму гігантських імпульсів, для досягнення режиму синхронізації мод необхідно модулювати добротність резонатора з частотою міжмодового биття  $\Delta v = 1/T_0$ , де  $T_0$  – час повного обходу резонатора променем. При такій модуляції амплітуди випромінювання на m -й моді спектр коливань цієї моди, крім частоти коливань  $V_m$ , буде мати складові з частотами  $V_m \pm \Delta m$ , що відповідає частотам сусідніх мод. Це приводить до взаємодії сусідніх мод, до їх синхронізації.

В сучасних лазерах з синхронізацією мод генеруються імпульси тривалістю 1пс – 20нс. У лазері на основі розчину родаміну 6G (барвника з дуже широким спектром спонтанного випромінювання), що накачувався оптично (випромінюванням аргонового лазера), при синхронізації мод з використанням пасивного модулятора (фільтра, що просвітлювався при проходженні випромінювання) отримано періодичні імпульси тривалістю 25фс (1фс=10<sup>-15</sup>с).

#### 5. ГАЗОВІ ЛАЗЕРИ

Газові лазери мають ряд особливостей:

a) в газах можна створити електричний розряд, і при цьому звичайно в газі (на відміну від твердих діелектриків) не наступає необоротних змін. Тому в газових лазерах інверсна населеність звичайно створюється за рахунок електричного розряду;

б) газ – це максимально невпорядковане середовище, оптичні властивості якого більш однорідні, ніж оптичні параметри інших середовищ. Внаслідок цього деякі газові лазери є «рекордсменами» за направленістю і малою розбіжністю оптичного випромінювання;

в) спектральні лінії атомів у газах вузькі. Це обумовлено тим, що атоми взаємодіють практично лише при зіткненні. Тому газові лазери звичайно (не завжди) мають вузькі спектральні лінії випромінювання та високу когерентність випромінювання.



Рис.1.

На рис 1 схематично показана типова будова газового лазера.

Звичайно газ у лазері повинен бути ізольованим від зовнішньої атмосфери, мати певний склад і знаходитися під певним тиском. Тому у більшості лазерів газ знаходиться в герметичній газовій кюветі. Кювета має оптичні вікна, які не повинні вносити значних втрат випромінювання. Для цього звичайно площини вікон газової кювети розташовані під кутом Брюстера  $\varphi_{\rm b}$  (tg  $\varphi_{\rm b}=n$ , де n-показник заломлення матеріалу вікна) до оптичної осі лазера.

На рис. 2 зображена залежність коефіцієнта відбивання границі двох діелектриків від кута падіння  $\varphi$  для двох плоско-поляризованих променів: 1 – з площиною коливань електричного вектора перпендикулярною до площини падіння; 2 – з площиною коливань, що збігається з площиною падіння. Видно, що у останньому випадку залежність  $r(\varphi)$  має мінімум при  $\varphi=\varphi_{\rm b}$ .



Рис.2.

Вікна, розташовані під кутом Брюстера до оптичної осі, вносять малі втрати для променів, що коливання електричного мають вектора у площині, що проходить через оптичну вісь лазера 1 перпендикуляр до вікна кювети. Тому лазерне випромінювання буде поляризованим, 3 коливаннями електричного вектора у вказаній площині.

Для створення електричного розряду в газі кювета має спеціальні електроди (А і К на рис. 1). Звичайно електроди забезпечують пропускання робочого струму розряду та відвід тепла, а часто також мають пристрої для полегшення включення газового розряду.

Газова кювета розміщується всередині резонатора, який складається з одного глухого і одного напівпрозорого дзеркал. Часто одне із дзеркал не плоске, а сферичне.

# 5.1. Електричний розряд як спосіб створення інверсної населеності у газі

На рис. 3 схематично показана типова вольт-амперна характеристика (залежність струму від прикладеної напруги) газового розряду. У області



Рис.3.

струмів Ι розряд несамостійний. Струм цьому випадку V переноситься вільними електронами, які генеруються у газі за рахунок іонізації атомів (чи молекул) під дією природного радіоактивного фону, зовнішнього світла та

космічних променів.

При деякій напрузі  $U_0$  помітне число електронів набувають достатньої енергії для ударної іонізації атомів. Тоді відбувається лавинне розмноження електронів при одночасному зростанні концентрації позитивно заряджених іонів. Починається тліючий розряд, якому відповідає область II вольт-амперної характеристики (див рис. 3). У газовій кюветі створюється плазма, що складається з позитивно заряджених іонів, електронів та нейтральних атомів. Загальний заряд іонів компенсується зарядом електронів, так що плазма є електрично нейтральна. Якщо позначити концентрації нейтральних атомів, іонів та електронів відповідно як  $N_a$ ,  $N_i$  та n, то в плазмі тліючого розряду звичайно

$$N_a \gg N_i = n. \tag{1}$$

При цьому відношення  $N_i / N_a \sim 10^{-6} - 10^{-4}$ .

Різним частинкам, наприклад електронам, у плазмі можна приписати деяку ефективну температуру

$$kT_e = E_k,\tag{2}$$

де  $E_k$  – середня кінетична енергія частинок даного сорту; k – стала Больцмана. Для ефективних температур електронів, іонів та нейтральних атомів мають місце нерівності

$$T_e \gg T_i \gg T_a. \tag{3}$$

Якісно ці нерівності можна пояснити так. Електрони та іони отримують енергію безпосередньо від електричного поля, а нейтральні атоми – тільки при зіткненнях з іншими частинками. Тому має місце права нерівність (2). Електрони мають малу масу і при пружних зіткненнях з більш важкими (в тисячі разів) атомами та іонами віддають тільки дуже малу частку своєї кінетичної енергії. В той же час іони мають практичну ту ж масу, що й нейтральні атоми, і при зіткненнях з атомами передають їм значну частину своєї енергії. Цим пояснюється ліва нерівність (2). Внаслідок нерівностей (2) електрони відіграють основну роль як прискорені («гарячі») частинки у процесах ударної іонізації.

Електропровідність плазми можна виразити як

$$\sigma = e(\mu_n n + \mu_i N_i), \qquad (4)$$

де *е* – заряд електрона; µ<sub>n</sub> і µ<sub>i</sub> – рухливості, відповідно, електронів та іонів. За визначенням, рухливість заряджених частинок, наприклад електронів,

$$\mu_n = \nu/E, \tag{5}$$

де *v* – дрейфова швидкість, даних частинок; Е – напруженість електричного поля. Внаслідок малої маси електронів

$$\mu_n \gg \mu_i. \tag{6}$$

Тому **струм** у плазмі газового розряду переноситься, в основному, **електронами**.

Дуговий розряд (якому на вольт-амперній характеристиці, рис.3, відповідає область III) починається, коли за рахунок бомбардування позитивними іонами катод розігрівається так, що відбувається інтенсивна термоелектронна емісія. Емітовані з катоду електрони прискорюються електричним полем і беруть участь в ударній іонізації. Створюється позитивний зворотний зв'язок між величиною струму і кількістю емітованих розжареним катодом електронів. Вольт-амперна характеристика дугового розряду має слодібний вигляд. Густина струму в дуговому розряді складає тисячі  $A/cm^2$ . Концентрація іонів досягає значень  $N_i \sim 0,1N_a$ .

У лазерах на основі нейтральних атомів для накачування звичайно використовується тліючий розряд, а в іонних лазерах – дуговий.

### 5.1.1. Непружні зіткнення частинок у газовому розряді

Збудження атомів ( іонів, молекул) у газовому розряді відбувається при їх зіткненнях з гарячими електронами та між собою. Внаслідок того, що ефективна температура електронів у плазмі набагато вища, ніж у іонів і нейтральних атомів (див. нерівність (3)), гарячі електрони є основними постачальниками енергії для збудження атомів. При непружних зіткненнях першого роду частина кінетичної енергії електрона перетворюється у внутрішню енергію атома (молекули). При непружних зіткненнях 2-го роду, навпаки, внутрішня енергія атома перетворюється в кінетичну енергію електрона.

Можна виділити такі перетворення енергії, що відбуваються при непружних зіткненнях:

1. Пряме електронне збудження, яке можна зобразити як "реакцію":

$$A + \vec{e} \to A^* + e \,, \tag{7a}$$

де *A* і *A*\* відповідно позначають основний (незбуджений) і збуджений стани атома; *e* і *ē* – «тепловий» та «гарячий» стани електрона. Рівняння (7) означає,
що незбуджений атом стикається з гарячим електроном, внаслідок чого атом стає збудженим, а електрон втрачає частину своєї кінетичної енергії. «Реакція» (7) відповідає непружному зіткненню 1-го роду. Пряме електронне збудження відіграє дуже важливу роль у створенні інверсної населеності в газах.

Зворотна реакція

$$A^* + e \to A + \vec{e} \tag{76}$$

відповідає непружному зіткненню 2-го роду. При цій "реакції" енергія збудження атома передається вільному електрону, що веде до зменшення населеності відповідного енергетичного рівня атома.

На рис 4 схематично показано 3 нижні енергетичні рівні атома. Рівень 3 може бути верхнім робочим рівнем для квантового підсилення світла, а рівень 2 – нижнім. "Реакція" (7а), що відповідає вертикальним стрілкам, направленим





підвищує населеності вгору, робочих рівнів, а "реакція" (7б) (стрілка, направлена вниз) – знижує населеності робочих рівнів. "Реакції" (7a) використовуються підвищення населеності для верхніх робочих рівнів, а "реакції" (7б) – для зниження населеності нижніх робочих рівнів у газових лазерах.

2. **Ступеневе електронне збудження** атома (яке також є одним з видів непружних зіткнень 1-го роду) можна зобразити так:

$$A^* + \vec{e} \to A^{**} + e, \tag{8}$$

де  $A^{**}$  позначає атом, що знаходиться на більш високому енергетичному рівні, ніж  $A^*$ .

3. Ударна іонізація (ще один вид непружних зіткнень 1-го роду) відповідає "реакції":

$$A + \vec{e} \to A^+ + 2e_{\perp} \tag{9}$$

де  $A^+$  – позитивно заряджений іон. За рахунок кінетичної енергії вільного електрона при зіткненні відбувається іонізація атома. При цьому збільшується число вільних електронів. Зворотна "реакція" – це ударна рекомбінація, яка веде до зниження концентрації вільних електронів і позитивних іонів.

4. **Резонансна передача енергії** між атомами (молекулами) різних сортів відіграє важливу роль у роботі деяких газових лазерів:

$$A^* + B \to A + B^*. \tag{10}$$

Збуджений атом А при зіткненні передає свою енергію атому В. Резонансна передача енергії відбувається, коли енергетичні рівні збуджених атомів (молекул) обох сортів збігаються (з точністю до kT). Ймовірності передачі енергії від атома A атому B  $W_{AB}$  і зворотної передачі енергії  $W_{BA}$  однакові, тобто

$$W_{AB} = W_{BA} \,. \tag{11}$$

Але при певних умовах можна організувати направлену передачу енергії від одних атомів (молекул) іншим. Резонансна передача енергії між атомами (молекулами) різних сортів використовується для створення інверсної населеності в деяких газових лазерах.

# 5.1.2. Співвідношення між ймовірностями непружних зіткнень 1-го і 2-го роду

Співвідношення між ймовірностями непружних зіткнень 1-го і 2-го роду електронів з атомами (іонами, молекулами) можна знайти із умови детальної

рівноваги системи, яка складається з атомів і електронів. Розглянемо два довільних стаціонарних рівня енергії  $E_1$  та  $E_2$  атомів, показані на рис. 5. У рівноважному стані відношення населеностей цих рівнів  $N_1^0$  і  $N_2^0$  визначається функцією розподілу Больцмана

$$\frac{N_2^0}{N_1^0} = \frac{g_1}{g_2} e^{-\frac{E_2 - E_1}{kT}},$$
(12)

де g<sub>1</sub> і g<sub>2</sub> – кратності виродження відповідних рівнів.

Інтенсивності переходів (число переходів у одиниці об'єму за 1с) з рівня  $E_1$  на рівень  $E_2$  і зворотних переходів можна записати як





$$z_{12} = P_{12} \cdot n \cdot N_1;$$
  

$$z_{21} = P_{21} \cdot n \cdot N_2,$$
(12)

де  $P_{12}$  і  $P_{21}$  – ймовірності непружних зіткнень 1-го і 2-го роду, відповідно; n – концентрація електронів;  $N_1$  і  $N_2$ – концентрації атомів у відповідних станах. У рівновазі  $z_{12} = z_{12}^0$ ;  $z_{21} = z_{21}^0$ ;  $P_{12} = P_{12}^0$ ;  $P_{21} = P_{21}^0$ ;  $N_1 = N_1^0$ ;  $N_2 = N_2^0$ ;  $n = n^0$ . Умова детальної рівноваги означає, що інтенсивності переходів атомів з рівня  $E_1$  на рівень  $E_2$  і зворотних переходів повинні бути однаковими, тобто  $z_{12}^0 = z_{21}^0$ . З урахуванням рівностей (12) маємо  $P_{12}^0 n^0 N_1^0 = P_{21}^0 n^0 N_2^0$ , тобто

$$\frac{P_{12}^0}{P_{21}^0} = \frac{N_2^0}{N_1^0} = \frac{g_2}{g_1} \exp\left(-\frac{E_2 - E_1}{kT}\right) .$$
(13)

Видно, що у випадку, коли  $E_2 - E_1 >> kT$  (що має місце для енергетичних рівнів, відстань між якими відповідає енергії фотонів оптичного діапазону), виконується сильна нерівність  $P_{12}^0 << P_{21}^0$ , тобто ймовірність непружних зіткнень 1-го роду (з переводом атома на верхній рівень за рахунок кінетичної енергії електрона) набагато менша, ніж ймовірність зіткнень 2-го роду (з переходом атома на нижній рівень). Якісно це можна пояснити так: для переходу атома з верхнього рівня на нижній не важливо, яку початкову енергію має електрон. Але для переходів з рівня  $E_1$  на рівень  $E_2$  потрібно, щоб були електрони з кінетичною енергією  $E_e \ge E_2 - E_1$ .

Розглянемо тепер нерівноважний стан атомів і електронів у газовій плазмі. Як зазначалося (див. формулу (3)), ефективна температура електронів у плазмі значно вища, ніж ефективні температури атомів та іонів. Якщо основними постачальниками енергії при непружних зіткненнях 1-го роду (і "споживачами" енергії при зіткненнях 2-го роду) і у рівноважному, і в нерівноважному станах є електрони, то ймовірність даних зіткнень (при інших однакових умовах) визначається розподілом електронів за енергією, тобто електронною температурою. Якщо у нерівноважному стані електрони мають ефективну температуру  $T_{e}$ , то співвідношення (13) перетвориться в

$$\frac{P_{12}}{P_{21}} = \frac{g_2}{g_1} \exp\left(-\frac{E_2 - E_1}{kT_e}\right) .$$
(14)

Із співвідношення (14) випливає, що при скінченній електронній температурі між населеностями енергетичних рівнів (при  $E_2 - E_1 > 0$ ) має місце нерівність

$$\frac{N_2}{g_2} < \frac{N_1}{g_1}.\tag{15}$$

Якщо ми маємо 2-рівневу систему, то при збудженні електронним ударом буде виконуватися нерівність (15). За визначенням, густина інверсної населеності між даними рівнями

$$\Delta N = N_2 - \frac{g_2}{g_1} N_1.$$
 (16)

Тоді з нерівності (15) випливає, що ми завжди будемо мати  $\Delta N < 0$ . Це означає, що в 2-рівневій системі неможливо створити інверсну населеність за рахунок електричного розряду.

Якщо система має більше стаціонарних рівнів, то, внаслідок нерівності (15), в атомах (молекулах) концентрація частинок в основному стаціонарному стані буде значно більша, ніж у будь-якому збудженому стані. Це означає, що в газових лазерах основний **стаціонарний** стан атомів (молекул) не може використовуватися як нижній робочий рівень. Тому в газових лазерах обидва робочих рівні повинні відповідати збудженим станам атомів (молекул). У ексимерних лазерах, які будуть розглянуті пізніше, нижній робочий стан «молекул» інертних газів є незбудженим, але він – нестаціонарний, і його час

життя ~10<sup>-13</sup>с.



Рис.6.

5.1.3. Особливості створення інверсної населеності

в однокомпонентних газах

В лазерах на основі однокомпонентних газів використовуються стимульовані переходи між збудженими станами атомів. На рис.6. схематично показані три нижніх рівні атома з енергіями  $E_1$ ,  $E_2$  і  $E_3$ . Нехай рівні  $E_2$  і  $E_3$  є робочими рівнями, тобто стимульовані переходи  $3 \rightarrow 2$  використовуються для квантового підсилення випромінювання. Припустимо, що основним механізмом збудження атомів є пряме електронне збудження. Переходи атомів  $1 \rightarrow 2$  і  $1 \rightarrow 3$  внаслідок непружних зіткнень 1-го роду з електронами показані вертикальними стрілками, біля яких зазначені ймовірності таких зіткнень –  $P_{12}$  і  $P_{13}$ . Обмежимося розглядом випадку низького збудження газу. Знехтуємо стимульованими переходами  $3 \rightarrow 2$ , ймовірність яких

$$W_{32} = \sigma_{32}L , \qquad (17)$$

де σ<sub>32</sub> – переріз даного переходу; *L* – густина потоку фотонів. Врахуємо, що, крім стимульованих переходів 3→2, відбуваються спонтанні переходи, інтенсивність яких

$$z_{32}^s = A_{32}N_3, (18)$$

де  $A_{32} = 1 / \tau_{32}$  – коефіцієнт Ейнштейна для даних переходів. Аналогічно можна записати  $z_{31}^s$  – інтенсивність переходів 3  $\rightarrow$  1, а також  $z_{21}^s$  – для переходів 2  $\rightarrow$  1. Переходи 3  $\rightarrow$  2, 3  $\rightarrow$  1 і 2  $\rightarrow$  1 можуть також відбуватися за рахунок непружних зіткнень 2-го роду з електронами. Наприклад, інтенсивність переходів 3  $\rightarrow$  1 при зіткненнях з електронами виражається як

$$z_{31}^e = P_{31}nN_3. (19)$$

Порівняння виразів (18) і (19) показує, що при низьких рівнях збудження, коли концентрація вільних електронів *n* мала,

$$z_{ij}^s \gg z_{ij}^e, \tag{20}$$

де i=3, 2; j=2, 1, тобто інтенсивність радіаційних переходів набагато більша, ніж інтенсивність непружних зіткнень 2-го роду атомів з електронами. При таких допущеннях кінетичні рівняння для населеностей рівнів  $E_3$  і  $E_2$  мають вигляд

$$\frac{dN_3}{dt} = P_{13}nN_1 - N_3 \left(\frac{1}{\tau_{31}} + \frac{1}{\tau_{32}}\right),\tag{21}$$

$$\frac{dN_2}{dt} = P_{12}nN_1 + N_3 \frac{1}{\tau_{32}} - N_2 \frac{1}{\tau_{21}}.$$
(22)

У стаціонарному випадку, коли

$$\frac{dN_3}{dt} = \frac{dN_2}{dt} = 0, \tag{23}$$

із системи рівнянь (21) і (22) одержимо

$$\frac{N_3}{N_2} = \frac{\frac{1}{\tau_{21}}}{\frac{1}{\tau_{32}} + \frac{P_{12}}{P_{13}} \left(\frac{1}{\tau_{31}} + \frac{1}{\tau_{32}}\right)}.$$
(24)

Врахуємо, що

$$E_3 - E_2 > kT_e , \qquad (25)$$

що приведе до нерівності  $P_{12} >> P_{13}$ . Тоді рівність (24) спрощується до

$$\frac{N_3}{N_2} \approx \frac{P_{13}}{P_{12}} \frac{\frac{1}{\tau_{21}}}{\frac{1}{\tau_{31}} + \frac{1}{\tau_{32}}}.$$
(26)

Візьмемо до уваги, що загальний час життя рівнів  $E_2$  і  $E_3$  визначається як

$$\tau_2 = \tau_{21}, \tag{27}$$
$$\frac{1}{\tau_3} = \frac{1}{\tau_{32}} + \frac{1}{\tau_{31}}.$$

Тоді співвідношення (26) буде мати вигляд

$$\frac{N_3}{N_2} \approx \frac{P_{13}}{P_{12}} \frac{\tau_3}{\tau_2}.$$
 (28)

Обмежимося випадком, коли кратності виродження рівнів  $E_3$  і  $E_2$  однакові, тобто  $g_3 = g_2$ . Тоді густина інверсної населеності рівнів  $E_3$  і  $E_2$  буде визначатися як

$$\Delta N = N_3 - N_2. \tag{29}$$

Враховуючи співвідношення (28), отримаємо, що для створення інверсної населеності, тобто, для  $\Delta N > 0$ , необхідно виконання нерівності

$$\frac{\tau_3}{\tau_2} > \frac{P_{12}}{P_{13}}.$$
(30)

Внаслідок того, що

$$\frac{P_{12}}{P_{13}} = \frac{P_{21}}{P_{31}} exp\left(\frac{E_3 - E_2}{kT_e}\right),\tag{31}$$

і враховуючи нерівність (25), ми маємо  $P_{12} >> P_{13}$ . Тому інверсна населеність між двома збудженими рівнями атома  $E_3$  і  $E_2$  може бути досягнута лише у випадку, коли

$$\tau_3 >> \tau_2. \tag{32}$$

Остання нерівність характеризує дані два рівні даних атомів (іонів, молекул). Тому, знаючи величини  $\tau_3$ ;  $\tau_2$  ( із вимірювань кінетики люмінесценції), зразу можна сказати, чи взагалі можливо створити інверсну населеність між даними рівнями даних атомів.

Далі, із формули (31) видно, що з підвищенням електронної температури  $T_e$  відношення  $P_{12} / P_{13}$  зменшується. Тому при деякій пороговій електронній температурі (при заданих значеннях  $\tau_3$ ;  $\tau_2$ ) почне виконуватися нерівність (30), яка відповідає створенню інверсної населеності рівнів  $E_3$  і  $E_2$ .

# 5.1.4. Використання допоміжного газу

для створення інверсної населеності робочих рівнів основного газу

Розглянемо умови, коли резонансна передача енергії між атомами (молекулами) різних сортів може сприяти створенню інверсної населеності між робочими рівнями одного з компонентів газової суміші.

Нехай у газовій кюветі лазера знаходяться атоми двох сортів: А і В з енергетичними рівнями, показаними на рис.7. Як зазначалося, робочими стаціонарними рівнями у газовому лазері можуть бути лише збуджені рівні. Нехай у даному випадку квантове підсилення випромінювання відбувається за рахунок стимульованих переходів  $E_3 \rightarrow E_2$  в атомах А.

Для резонансної передачі енергії між рівнями  $E_3'$  атомів В і рівнями  $E_3$  атомів А необхідно підібрати такий таз В, щоб енергія його збудженого стану збігалася з енергією верхнього робочого рівня атомів А, тобто



Рис.7.

 $E_3' \approx E_3. \tag{33}$ 

Нехай  $P_{13}^A$ ,  $P_{12}^A$ ,  $P_{31}^A$ ,  $P_{21}^A$ ,  $P_{13}^B$ ,  $P_{31}^B$  – ймовірності відповідних переходів атомів A і B під дією непружних електронних ударів;  $\tau_{31}^A$ ,  $\tau_{32}^A$ ,  $\tau_{21}^A$ ,  $\tau_{31}^B$  – значення часу життя збуджених станів атомів A і B відповідно до зазначених спонтанних переходів;  $W_{BA} = W_{AB}$  – ймовірності резонансної передачі енергії між рівнями  $E_3$  і  $E_3'$  атомів A і B. Нехай населеності рівнів  $E_1, E_2, E_3$  атомів A будуть A<sub>1</sub>, A<sub>2</sub>, A<sub>3</sub>, причому як зазначалося, A<sub>3</sub>, A<sub>2</sub> << A<sub>1</sub> ≈ A, де A – повна концентрація атомів A. Відповідно, населеності рівнів B становлять B<sub>3</sub><<B<sub>1</sub> ≈ B; концентрація електронів складає n. Тоді для населеності рівнів  $E_3$  атомів А можна записати кінетичне рівняння

$$\frac{dA_3}{dt} = P_{13}^A \cdot nA_1 + W_{BA} \cdot B_3 A_1 - \left(P_{31}^A n + \frac{1}{\tau_{31}^A} + \frac{1}{\tau_{32}^A} + W_{AB} B_1 + W_{32}\right) A_3,$$
(34)

і для рівнів  $E_3'$ атомів В

$$\frac{dB_3}{dt} = P_{13}^B \cdot nB_1 + W_{AB} \cdot B_1 A_3 - \left(P_{31}^B n + \frac{1}{\tau_{31}^B} + W_{BA} A_1\right) B_3.$$
(35)

Для того, щоб визначити, коли резонансна передача енергії буде сприяти зростанню населеності  $A_3$  рівнів  $E_3$  атомів A, введемо спрощення у рівняння (34) і (35):

а) будемо розглядати підпороговий режим роботи, тобто знехтуємо ймовірністю стимульованих переходів  $W_{32}$  атомів А;

б) рівень збудження газу будемо вважати низьким (концентрацію вільних електронів у плазмі – малою), так що інтенсивністю непружних зіткнень 2-го роду знехтуємо, як малою по відношенню до інтенсивності спонтанних переходів;

в) концентрації атомів A і B малі, так що інтенсивністю резонансної передачі енергії в рівняннях (34) і (35) знехтуємо.

При таких допущеннях рівняння (34) і (35) перетворяться в

$$\frac{dA_3}{dt} = P_{13}^A \cdot nA_1 - \frac{1}{\tau_3^A} A_3;$$
(36)

$$\frac{dB_3}{dt} = P_{13}^B \cdot nB_1 - \frac{1}{\tau_3^B} B_3, \tag{37}$$

де

$$\frac{1}{\tau_3^A} = \frac{1}{\tau_{31}^A} + \frac{1}{\tau_{32}^A}.$$
(38)

У стаціонарному випадку, коли

$$\frac{dA_3}{dt} = \frac{dB_3}{dt} = 0,\tag{39}$$

із (36) і (37) отримаємо

$$A_3 = A_1 P_{13}^A n \cdot \tau_3^A \,; \tag{40}$$

$$B_3 = B_1 P_{13}^B n \cdot \tau_3^B \,. \tag{41}$$

Для інтенсивності резонансної передачі енергії від збуджених атомів В атомам А можна записати

$$z_{BA} = W_{BA} \cdot A_1 B_3, \tag{42}$$

а для інтенсивності зворотної передачі енергії

$$z_{AB} = W_{AB} \cdot A_3 B_1 \dots \tag{43}$$

Із останніх рівнянь, з урахуванням (40) і (41), отримаємо

$$\frac{z_{BA}}{z_{AB}} = \frac{B_3}{B_1} \frac{A_1}{A_3} = \frac{P_{13}^B}{P_{13}^A} \cdot \frac{\tau_3^B}{\tau_3^A}.$$
(44)

Внаслідок того, що  $E_{3}' \approx E_{3}$ , у формулі (44) величини  $P_{13}^{A}, P_{13}^{B}$  одного порядку. Тоді

$$\frac{z_{BA}}{z_{AB}} \approx \frac{\tau_3^B}{\tau_3^A}.$$
(45)

Із (45) видно, що для направленої резонансної передачі енергії від атомів В до атомів А буде

$$\tau_3^B > \tau_3^A \,. \tag{46}$$

Таким чином, добавка допоміжного газу може приводити до створення інверсної населеності збуджених рівнів основного газу в електричному розряді, якщо час життя збудженого стану допоміжного газу більший, ніж час життя допоміжних рівнів основного газу.

При високих рівняння збудження, коли концентрація електронів велика, в рівняннях (34) і (35) інтенсивності непружних зіткнень другого роду більші, ніж

інтенсивності спонтанних радіаційних переходів. У цьому випадку замість (44) отримаємо





тобто направленої передачі енергії не буде відбуватися. Таким чином, при високих рівняння збудження (великих значеннях струму розряду) ефективність передачі енергії від допоміжного газу мала.

Слід відзначити, що врахування стимульованих переходів у рівнянні (34) зменшує заселеність  $A_3$  рівнів  $E_3$ , тобто при лазерній генерації покращуються умови резонансної передачі енергії.

Тепер розглянемо випадок, коли збуджений рівень  $E_2$  допоміжного газу С має ту ж енергію, що і **нижній** робочий рівень  $E_2$  атомів A, як показано на рис.8. У цьому випадку допоміжний газ С можна використати для зменшення населеності нижнього робочого рівня атомів (молекул) А. Розрахунки, аналогічні до попередніх, дадуть для відношення інтенсивностей передачі енергії від атомів A до атомів B і навпаки.

120

$$\frac{z_{AC}}{z_{CA}} = \frac{P_{12}^A}{P_{12}^C} \cdot \frac{\tau_2^A}{\tau_2^C},$$
(47)

так що при  $P_{12}^A \sim P_{12}^C$  умовою резонансної передачі енергії від атомів A, що знаходяться на нижньому робочому рівні, до атомів C буде

$$\tau_2^C < \tau_2^A \,. \tag{48}$$

Таким чином, для створення інверсної населеності рівнів  $E_2, E_3$  атомів (молекул) газу A можна використати допоміжні гази: а) газ B, у атомів якого збуджений рівень  $E_3'$  збігається з верхнім робочим рівнем  $E_3$  газу A. Час життя збудженого стану  $E_3'$  атомів B повинен бути достатньо великим, щоб задовольняти умову (46); б) газ C, атоми якого мають збуджений рівень  $E_2'$ , що збігається з нижнім робочим рівнем  $E_2$  основного газу A. Час життя рівня  $E_2'$  газу C повинен бути достатньо малим, щоб задовольняти умову (48).

Допоміжні гази, одні з яких збільшують населеність верхнього робочого рівня, а інші – зменшують населеність нижнього робочого рівня основного газу, широко використовуються в газових лазерах.

## 5.2. Гелій-неоновий лазер

Гелій-неоновий лазер – це класичний лазер на основі нейтральних атомів: Це – перший газовий лазер ( створений у 1960 році А. Джаваном з співробітниками). Конструкція цього лазера є типовою; типовим є і спосіб накачування. Стимульовані переходи відбуваються в атомах Ne, а Не служить для створювання інверсної населеності робочих рівнів Ne.

# 5.2.1. Механізм генерації Не - Ne лазерів

На рис.9 схематично показано нижні збуджені стани атомів Не та Ne.



Рис.9.

Не – це найлегший із інертних газів. Електронна конфігурація незбудженого стану (1-го стану) атома Не є  $1s^2$ , тобто в стані 1s знаходяться два електрони з протилежними спінами. Нижні збуджені стани 2 і 3 атома відповідають переходу одного електрона в збуджений стан 2s. Тоді електронна конфігурація буде 1s2s. Показані на рис.9 стани 2 і 3 відрізняються повним спіном електронів (S=1 для стану 2 і S=0 для стану 3).

Ne – це наступний за масою атома інертний газ. Електронна конфігурація його основного (незбудженого) стану є  $1s^22s^22p^6$ , тобто в станах 1s i 2s знаходяться по 2 електрони, а в стані 2p – 6 електронів. Нижні збуджені стани, показані на рис.9, відповідають переходу одного валентного електрона в збуджені стани: 3s, 3p; 4s, 4p; 5s. На рис.9 показані конфігурації валентних електронів збуджених станів атома Ne. Збудженим *s* – станам відповідають по 4 підрівні, *p* – станам – по 10 підрівнів.

Умови для квантового підсилення світла в Не – Ne лазері створюються таким чином. За рахунок непружних зіткнень з вільними електронами в плазмі газового розряду атоми Не переходять на рівні 2 і 3 з ймовірностями P<sub>13</sub> і P<sub>12</sub>. Рівні 2 і 3 атома Не за енергією збігаються з рівнями 3 і 4 атома Ne, відповідно. Тому відбувається резонансна передача енергії між відповідними рівнями Не і Ne. Рівні 2 і 3 атома Не є метастабільні (мають великий час життя). Дійсно, переходи  $3 \rightarrow 1$ ,  $3 \rightarrow 2$  i  $2 \rightarrow 1$  (показані перекресленими стрілками на рис 9) заборонені внаслідок того, що при таких переходах  $\Delta l = 0$ , тобто орбітальне квантове число не змінюється (для дозволених переходів повинно виконуватися  $\Delta l = \pm 1$ ). Крім того, для переходів  $3 \rightarrow 2$  маємо ще й  $\Delta n = 0$ , тобто головне квантове число не змінюється (для дозволених переходів  $\Delta n \neq 0$ ). Час життя рівнів 2 і 3 атома Не дуже великий:  $\tau_2 \approx \tau_3 \approx 1 M c$  3 другого боку, з рівнів 3 і 4 атома Ne переходи на нижні рівні дозволені. Тому час життя рівнів 3 і 4 малий. Це, у відповідності до висновків підрозділу 4.1.4, зумовлює направлену передачу енергії від збуджених рівнів 2 і 3 атомів Не до відповідних рівнів 3 і 4 атомів Ne, як показано стрілками на рис.9.

В атомі Ne перехід *a*, тобто  $5s \rightarrow 4p$ , дозволений ( $\Delta n = -1; \Delta l = 1$ ) і дає фотони з довжиною хвилі  $\lambda = 3,39$  мкм. Перехід *б*, тобто  $5s \rightarrow 3p$ , також дозволений ( $\Delta n = -2; \Delta l = 1$ ) і дає випромінювання з  $\lambda = 0,633$  мкм Перехід *в*, тобто  $4s \rightarrow 3p$  теж дозволений ( $\Delta n = -1; \Delta l = 1$ ) і генерує фотони з  $\lambda = 1,15$  мкм. Відбуваються і інші випромінювальні переходи атомів Ne, на яких побудовані лазери.

#### 5.2.2. Конструкція і параметри гелій-неонових лазерів

Суміш газів Не та Ne знаходиться в кюветі (розрядній трубці) діаметром ~ 5–10 мм. При малих діаметрах кювети зменшується потужність лазера, а при

великих діаметрах знижується електронна температура. Розрядна трубка має оптичні вікна, розташовані під кутом Брюстера до оптичної осі.

Відношення концентрацій атомів Не і Ne у газовій суміші складає  $\frac{He}{Ne} = \frac{5}{1} - \frac{15}{1}$ . Тиск газової суміші у кюветі p = 0, 1 - 10 Тор (мм. рт. ст). Для створення інверсної населеності використовується тліючий розряд з силою струму 25 – 50 мА. В оптимальних умовах, при довжині кювети 1 м, коефіцієнт підсилення випромінювання за один прохід складає: G = 100 для довжини хвилі  $\lambda = 3,39$ мкм; G = 1, 1 - 1, 2 для  $\lambda = 1,15$ мкм та G = 1,04 - 1,06 для  $\lambda = 0,633$  мкм.

Лазерна генерація на різних довжинах хвиль досягається за рахунок використання дзеркал резонатора, розрахованих на потрібну довжину хвилі. У лазерах на 0,633 мкм та 1,15 мкм використовують багатошарові діелектричні

у лазерах на 0,055 мкм та 1,15 мкм використовують оагатошаровт діслектричні дзеркала. Лазери на 0,63 мкм та 1,15 мкм мають потужність от кількох мВт до десятків мВт, а на довжині хвилі 3,39мкм – сотні мВт. При цьому ккд складає менше 0,1 %.

Випромінювання He – Ne лазерів поляризоване, з площиною коливань, що збігається з площиною падіння променя на оптичне вікно. He – Ne лазери з довжиною хвилі 0,633мкм, що відповідає червоній області спектра, широко використовуються в техніці, де потрібне видиме випромінювання з вузьким спектром, високою стабільністю, великою направленістю та малим діаметром пучка. He – Ne лазери на 0,63мкм спеціальних конструкцій дозволяють отримати високу стабільність частоти :  $\frac{\Delta v}{v} = 10^{-11} - 10^{-12}$  і вище.

#### 5.3. Іонні лазери

В іонних лазерах для квантового підсилення світла використовуються переходи між збудженими станами іонів. На рис.10 умовно показано рух електрона навкруги атомного залишку в нейтральному атомі та в іоні.



а - нейтральний атом



# Рис.10

Заряд атомного залишку в нейтральному атомі складає +e, а у іоні + 2e. Тому в іоні валентний електрон рухається в більш сильному електричному полі, ніж у нейтральному атомі. Це дає такі наслідки: а) відстань між збудженими енергетичними рівнями валентного електрона більша, ніж у атомів. Тому випромінювання іонних лазерів звичайно більш короткохвильове, ніж атомних лазерів. Якщо атомні лазери випромінюють в інфрачервоній і лише в окремих випадках у видимій області, то випромінювання іонних лазерів знаходиться у видимій і ультрафіолетовій областях спектру; б) ймовірності переходів між енергетичними рівнями іонів звичайно більша, ніж у нейтральних атомів. Тому

Як зазначалося в параграфі 4.1, значної концентрації позитивних іонів  $(N_i / N_0 \sim 0.1)$  можна досягти у дуговому розряді. Тому для збудження іонних лазерів використовується дуговий розряд. Дуговий розряд відбувається, коли, при великих густинах струму (~ тисяч A/cm<sup>2</sup>) катод розжарюється за рахунок його бомбардування позитивними іонами. Розжарений катод інтенсивно емітує

електрони. Дуговий розряд має S-подібну вольт-амперну характеристику і має схильність до шнурування струму. Для стабілізації розряду і для покращання тепловідводу розрядна трубка іонного лазера являє собою капіляр діаметра 1 – 10мм. Стінки капіляра повинні мати велику теплопровідність і термостійкість. Розрядні трубки малопотужних лазерів виготовляються з берилієвої кераміки, а в більш потужних використовують секції з вольфраму з діелектричними прокладками. Газорозрядні трубки примусово охолоджують, наприклад, проточною водою.

Щоб працював іонний лазер, треба спочатку створити іони, а потім їх збуджувати, тобто повинно відбуватися двохступеневе збудження атомів. При цьому вихідна потужність випромінювання пропорційна до квадрату струму:  $P \sim I^2$ .

Дуговий розряд інтенсивно перекачує позитивні іони до катоду. Тому газорозрядна трубка має обвідний канал (через який не проходить струм),що служить для вирівнювання тиску газу між катодом і анодом.

# 5.3.1. Аргоновий лазер

Аргоновий лазер – це типовий іонний лазер, що знайшов широке використання. Схема нижніх збуджених рівнів іона аргону показана на рис.11. Аргон – це третій за масою атома інертний газ після Не і Ne. У нейтрального атома Ar всі електронні оболонки, включаючи 3*p*, заповнені електронами. Позитивний іон у стані 3*p* має 5 електронів. Нижні збуджені стани атома утворюються при переході одного з валентних електронів у стани 4*s* і 4*p*. Ці переходи відбуваються за рахунок непружних зіткнень з гарячими електронами. Інверсна населеність рівнів  $E_3$  і  $E_2$  (4*p* і 4*s*) створюється за рахунок того, що  $\tau_3 >> \tau_2$ . Дійсно, переходи  $E_3 \rightarrow E_1$  заборонені внаслідок того, що обидва рівні

126

мають однакове орбітальне квантове число ( $\Delta l = 0$ ), а переходи  $E_3 \rightarrow E_2$  заборонені, тому що

мають одне і те ж головне квантове число ( $\Delta n = 0$ ). В той же час перехід  $E_2 \rightarrow E_1$  (4s – 3p) дозволений: для нього  $\Delta n = -1$ ;  $\Delta l = 1$ . Час життя рівня  $E_3$  складає  $\tau_3 \approx 9$  нс, а для рівня  $E_2 - \tau_{23} \approx 0,36$  нс. Тому, за рахунок великої



Рис.11

різниці у часі життя, при достатньо високій електронній температурі населеність рівня  $E_3$  стає більшою, ніж населеність рівня  $E_2$ , що веде до квантового підсилення резонансного випромінювання.

За рахунок наявності 11 рівнів 4*p* та 5 рівнів 4*s* спектр випромінювання при переходах 4*p*  $\rightarrow$  4*s* має цілий ряд дискретних ліній з довжиною хвилі від  $\lambda_{{}_{MiH}} = 0,43$  мкм (в синій області спектра) до  $\lambda_{{}_{Max}} = 0,52$  мкм (в зеленій області). Використовуючи дзеркала з селективним відбиванням, будують лазери, що випромінюють на окремих спектральних лініях у вказаному діапазоні. Конструкція аргонового лазера є типовою для іонного лазера. Дуговий розряд відбувається при напрузі 200–400 В і споживає потужність приблизно 10 кВт. Вихідна потужність випромінювання у комерційних лазерів складає 1 – 20 Вт; максимальна потужність лабораторних лазерів досягає 150 – 175 Вт.

# 5.4. Молекулярні лазери

Молекули, на відміну від атомів та іонів, мають не тільки електронні збуджені стани, а і коливальні та обертальні стани. Між електронними станами відстань складає десяті частки – одиниці еВ, між коливальними –десяті частки еВ, а між обертальними станами – соті чи тисячні частки еВ. Це означає, що перехід між коливальними рівнями може бути використаний для побудови лазерів, що випромінюють та поглинають у інфрачервоній області спектру. Лазери, які використовують переходи між обертальними станами, можуть працювати в далекому інфрачервоному та радіодіапазоні. Для переходів між збудженими електронними рівнями потрібна висока електронна температура у плазмі, і ефективність такого збудження мала, оскільки електронів з достатньою енергією мало. Для збудження переходів між коливальними рівнями потрібна відносно невисока електронна температура (порядку кельвін), тисяч ефективність нерівноважного заселення таких рівнів велика, а тому великий і  $\Delta E_{OF} \ll kT$  (при Відстань між обертальними рівнями кімнатній ккд. температурі  $kT \approx 0.026 eV$ ). Це означає, що рівноважна населеність сусідніх обертальних рівнів майже однакова, тобто

$$\frac{N_{i+1}}{N_i} = e^{-\frac{\Delta E_{\mathcal{B}}}{kT}} \approx 1.$$
(1)

Це дуже утруднює створення інверсної населеності, і інверсну населеність обертальних рівнів створюють спеціальними методами.

128

### 5.4.1. Лазери на основі молекул СО<sub>2</sub>

На рис.12 схематично показано, як рухаються атоми в молекулі CO<sub>2</sub>, здійснюючи коливання трьох типів. Молекула CO<sub>2</sub> має лінійну структуру. У рівноважному стані атоми кисню О знаходяться на певній відстані від атома вуглецю С, як показано на рис.12*a*. В такій системі можливі три незалежні види коливань:

1. Симетричні коливання (рис.12б). Атом С знаходиться в центрі мас, а атоми кисню здійснюють симетричні коливання, так що центр мас нерухомий. Енергія таких коливань

$$E_{\nu_1} = \hbar \omega_1 \cdot \left(\nu_1 + \frac{1}{2}\right),\tag{2}$$

де  $v_1=0$ , 1, 2, 3,...– квантове число для першого типу коливань,  $\omega_1$  – власна частота симетричних коливань. Частота симетричних коливань дорівнює  $\omega_1 = \sqrt{\frac{k_1}{m}}$ , де k – коефіцієнт жорсткості зв'язку між атомами, а сила взаємодії атомів  $F = -k\Delta x$ , де  $\Delta x$  – зміщення атомів від положення рівноваги.

Правила відбору для переходів:  $\Delta v_1 = \pm 1$ , тобто дозволені переходи тільки між сусідніми рівнями.

2. Деформаційні коливання (рис.12*в*). При деформаційних коливаннях атоми зміщуються у напрямі, перпендикулярному до осі молекули, причому центр мас – нерухомий. Енергія таких коливань дорівнює

$$E_{\nu_2} = \hbar \omega_2 \left(\nu_2 + \frac{1}{2}\right),\tag{3}$$

де  $v_2=0, 1, 2, 3,...,$  але не залежить від  $v_1$ . Внаслідок того, що жорсткість міжатомних зв'язків для деформаційних коливань менша, ніж для симетричних, то  $\omega_2 < \omega_1$ , причому  $\omega_2 \approx \omega_1 / 2$ .

3. Антисиметричні коливання (рис.12г). При антисиметричних коливаннях всі атоми зміщуються вздовж осі молекули, але при цьому атоми кисню зміщуються в одну сторону, а атоми вуглецю – в іншу, так що центр мас



Рис.12

нерухомий. При таких коливаннях жорсткість зв'язку між атомами більша, ніж для симетричних коливань. Енергія таких коливань дорівнює

$$E_{\nu_{3}} = \hbar \omega_{3} \bigg( \nu_{3} + \frac{1}{2} \bigg), \tag{4}$$

де *v*<sub>3</sub>=0, 1, 2, 3,...

Сумарна енергія незалежних коливань молекули складає

$$E_{\nu_1\nu_2\nu_3} = E_{\nu_1} + E_{\nu_2} + E_{\nu_3} \,. \tag{5}$$

Коливальний стан молекули характеризується трьома квантовими числами  $v_1, v_2, v_3$ . На рис. 13 показані нижні коливальні рівні молекули CO<sub>2</sub>. Під відповідними рівнями наведені квантові числа ( $v_1, v_2, v_3$ ). Справа зображені основний та перший збуджений коливальні рівні молекули N<sub>2</sub> – азоту.

Для створення інверсної населеності між коливальними рівнями молекули CO<sub>2</sub> використовують допоміжний газ – азот. Очевидно, що молекули азоту мають теж лінійну структуру, і в такій молекулі можливий лише один тип коливань – симетричні коливання з квантовим числом *V*.Перший збуджений стан молекули N<sub>2</sub> збігається з першим збудженим станом антисиметричних



Рис.13

коливань молекули СО<sub>2</sub> –  $\hbar \omega_N \approx \hbar \omega_3$ .

Збігаються між собою і наступні коливальні рівні молекули азоту і рівні антисиметричних коливань молекули CO<sub>2</sub>, що відповідають значенням  $v_3 = 2$ , 3,... Лазер на основі молекул CO<sub>2</sub> діє таким чином. Внаслідок електронного удару збуджуються коливання молекул N<sub>2</sub>. У класичному випадку генератором електромагнітних хвиль є осцилюючий диполь. Якщо молекула має дипольний момент, вона може і випромінювати, як диполь. Але молекула N<sub>2</sub> не має дипольного моменту, внаслідок чого її взаємодія з електромагнітним полем

дуже слабка. Тому збуджені коливальні стани молекули N<sub>2</sub> мають дуже великий час життя. Як зазначалося, для накачування атомів чи молекул основного газу при використанні допоміжного газу необхідно:

 – щоб збуджений рівень допоміжного газу збігався з верхнім робочим рівнем атомів чи молекул основного газу;

 – час життя збудженого стану атомів чи молекул допоміжного газу повинен бути набагато більшим, ніж для відповідного стану атомів чи молекул основного газу.

При зіткненні збуджених молекул N<sub>2</sub> з молекулами CO<sub>2</sub> відбувається направлена передача енергії (як показано стрілкою). Енергія коливального збудження від молекули N<sub>2</sub> передається молекулі CO<sub>2</sub>, яка переходить в коливальний стан (001). Безпосередній радіаційній перехід молекули CO<sub>2</sub> зі стану (001) в основний стан (000) має дуже малу ймовірність (  $3,9 \cdot 10^{-4} c^{-1}$ ). При переходах (001)  $\rightarrow$  (100) (ймовірність яких  $W = 0,24c^{-1}$ ) випромінюються фотони з довжиною хвилі  $\lambda = 10,6$  мкм. Переходи (001)  $\rightarrow$  (020), ймовірність яких складає  $W = 0,35c^{-1}$ , генерують фотони з довжиною хвилі  $\lambda = 9,6$  мкм. На обох цих переходах можуть працювати лазери.

Особливо інтенсивно досліджуються і використовуються лазери на λ=10,6мкм, випромінювання яких відповідає спектральному вікну прозорості земної атмосфери.

Для того, щоб зменшити населеність нижніх коливальних станів молекул CO<sub>2</sub>, в систему вводиться ще один допоміжний газ – гелій, атоми якого при зіткненні з молекулами CO<sub>2</sub> легко відбирають енергію коливань, тобто служать для "охолодження" нижніх робочих рівнів.

У розрядній трубці лазера на основі молекул  $CO_2$  звичайно знаходиться суміш  $CO_2$ ;  $N_2$  і Не. Співвідношення концентрацій молекул  $N_2$  і  $CO_2$  складає

132

 $\frac{N_2}{CO_2} = \frac{1}{1} \div \frac{9}{1}$ , тобто концентрація молекул допоміжного газу більша, ніж концентрація молекул CO<sub>2</sub>. Концентрація атомів Не по відношенню до молекул основного газу складає  $\frac{He}{CO_2} = \frac{2}{1} \div \frac{8}{1}$ . Газорозрядна трубка має діаметр від 25 до 50 мм. Для накачування звичайно використовується тліючий розряд. Коефіцієнт корисної дії лазерів на основі молекул CO<sub>2</sub> досягає значень  $\eta = 30\%$ . Теоретично можна досягти коефіцієнта корисної дії до 40%.

Умови, які дозволяють одержати великий коефіцієнт корисної дії лазерів на основі молекул CO<sub>2</sub>:

а) відстань між коливальними рівнями  $\hbar\omega_0 \approx 0,3eV$ , тобто ця відстань велика у порівнянні з kT при кімнатній температурі (при T=300K  $kT \approx 0,026eV$ , так що  $\frac{\hbar\omega_0}{kT} \approx 12$ ). Це означає, що населеність збуджених рівнів мала:

$$\frac{N_{i+1}}{N_i} = e^{-\frac{\hbar\omega_0}{kT}} \approx 10^{-4} \,. \tag{6}$$

Різниця населеності сусідніх рівнів дуже велика. Якщо "коливальну" температуру підняти в 10 разів (чого легко досягти в газовому розряді), то населеності цих рівнів будуть близькими. У цих обставинах легко змінювати населеності рівнів;

б) при зіткненні молекул коливальна енергія перетворюється в кінетичну за 10<sup>4</sup> – 10<sup>6</sup> зіткнень. Це означає, що коливальна енергія може довго зберігатися;
в) ймовірність передачі коливальної енергії від однієї молекули до іншої (від N<sub>2</sub> до CO<sub>2</sub>) набагато вища, ніж ймовірність перетворення цієї коливальної енергії в кінетичну. Всі ці фактори зумовлюють великий коефіцієнт корисної дії лазерів, що використовують переходи між коливальними рівнями молекул.

Сучасні лазери на основі молекул CO<sub>2</sub> мають велику вихідну потужність (до 10 кВт), тому вони можуть використовуватися в технічних цілях, у військовій техніці, в навігаційних системах та для оптичної передачі інформації.

5.4.2. Газодинамічні лазери

В газодинамічних лазерах інверсна населеність коливальних рівнів молекул CO<sub>2</sub> досягається за рахунок нагрівання та швидкого охолодження газу, що включає молекули CO<sub>2</sub>.

Будова газодинамічного лазера показана на рис.14. У замкнутому об'ємі генерується вуглекислий газ за рахунок спалення вуглеводів. При цьому досягається температура приблизно1300 – 1400К. Процес згорання



Рис.14.

супроводжується різким підвищенням тиску. Гарячий газ випускається через систему сопел діаметром 0,3 – 1мм з великою швидкістю ( $V \sim 4V_{3B}$ , äå  $V_{3B}$  – видкість звуку ) в резонатор. За час ~  $1 \cdot 10^{-5}$  с при розширенні газу відбувається різке зниження його температури (ефект Томсона) приблизно до кімнатної.

Схема одержання інверсної населеності робочих рівнів  $E_3$  і  $E_2$  в газодинамічному лазері показана на рис.15. При високій температурі  $T_1$  населеність N<sub>2</sub> нижнього робочого рівня вища, ніж N<sub>3</sub> – верхнього:

$$\frac{N_2}{N_3} = \exp\!\left(\frac{E_3 - E_2}{kT_1}\right).$$
(7)

Але час життя нижнього стану набагато менший, ніж верхнього. Після різкого



Рис.15

розширення газу до температури T<sub>2</sub> (при t>0) населеності рівнів N<sub>2</sub> і N<sub>3</sub> будуть спадати, як показано на рис.15. Через деякий час, різниці внаслідок часів життя рівнів, населеність  $N_3$ рівня Е3 буде вища, ніж населеність  $N_2$  нижнього рівня. робочого Для збільшення і підтримання верхнього Ез населеності стану (001) (див

. рис.13) використовуються зіткнення із збудженими молекулами N<sub>2</sub>. Зменшення часу життя нижнього робочого стану  $E_2$  (100) відбувається за рахунок зіткнень молекул CO<sub>2</sub> з молекулами H<sub>2</sub>O, що містяться у продуктах згорання. Резонатор повинен знаходитися на деякій відстані від сопел, щоб проходив певний час  $t_1$  руху холодного газу, і населеність N<sub>2</sub> рівня  $E_2$  спадала до достатньо низької величини. Тоді в резонатор будуть попадати молекули CO<sub>2</sub> з великою інверсною населеністю робочих рівнів  $E_3$  і  $E_2$  (для лазера на  $\lambda = 10,6$ мкм рівнів (001) і (100). Газодинамічні лазери мають низький ккд, але можуть давати велику потужність випромінювання: від сотень Вт до мегават.

Максимальний ккд газодинамічного лазера, який являє собою тепловий двигун, визначається формулою

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1},$$
(8)

де верхня температура  $T_1$  обмежується дисоціацією молекул CO<sub>2</sub>, а нижня – температурою затвердіння CO<sub>2</sub> ( $-68^{0}C$ ).

#### 5.5. Ексимерні лазери

Ексимерні лазери відрізняються від усіх інших газових лазерів тим, що у них нижній робочий рівень збігається з рівнем незбудженого стану. Але цей рівень нестаціонарний і існує дуже короткий час. Робочою речовиною в ексимерних лазерах є "молекули" ксенону Хе<sub>2</sub>, криптону Кr<sub>2</sub> або аргону Ar<sub>2</sub>. На



Рис.16

рис.16 нижня крива показує залежність енергії взаємодії двох атомів ксенону Хе<sub>2</sub> від відстані r між ними. Два незбуджені атоми відштовхуються, що відповідає зменшенню потенціальної енергії із збільшенням *г*. Коли два атоми <sup>8</sup>см  $d \sim 10^{-1}$ діаметром зіштовхуються i3 швидкістю  $V \sim 10^5 \text{ cm/c}$ . то час життя "молекули" (мономера) буде дорівнювати

$$\tau_1 \approx \frac{d}{V} \approx \frac{10^{-8}}{10^5} \approx 10^{-13} c$$

Але якщо в одному з атомів електрон перевести в збуджений стан, то цей електрон може рухатися навкруг обох атомів (що схематично показано на рис.17.), і тоді ці два атоми складають молекулу (димер). Назва "ексимерні лазери" пішла від англійського терміну "excited dimer" – збуджений димер. Залежність потенціальної енергії від відстані між атомами Xe<sub>2</sub> в цьому випадку показана кривою 2 на рис. 16. За час  $\tau$  система переходить в незбуджений стан з випромінюванням фотона. Молекула  $Xe_2^*$  має два збуджених стани з часом життя  $\tau_1 = 4 \cdot 10^{-8} c$  та  $\tau_2 = 5 \cdot 10^{-9} c$ . Час життя верхнього робочого стану в  $\sim 10^5$  разів перевищує час життя нижнього робочого стану. Внаслідок цього і створюється інверсна населеність між вказаними рівнями.

Збудження атомів ксенону Хе у ексимерному лазері відбувається за рахунок бомбардування швидкими електронами:

$$Xe + \vec{e} \to Xe^* + e \,. \tag{1}$$

При зіткненні збудженого атома  $Xe^*$  з двома незбудженими атомами маємо

$$Xe^* + 2Xe \to Xe_2^* + Xe_. \tag{2}$$

Для цього процесу потрібно три атома Хе, тобто ймовірність створення молекул  $Xe_2^*$  пропорційна до кубу концентрації ксенону. Цей процес відбувається при високому тиску, понад 10ат. Лазер на основі молекул  $Xe_2^*$  дає випромінювання з довжиною хвилі  $\lambda$ =172,5нм (в ультрафіолетовій області спектру). На відміну від інших газових лазерів, випромінювання такого лазера широкосмугове: ширина лінії складає  $\Delta\lambda$ =5нм. Така немонохроматичність випромінювання обумовлена тим, що час життя нижнього робочого стану дуже малий.

Накачування ексимерного лазера відбувається імпульсним потоком електронів з енергією ~0,2 Дж/см<sup>2</sup> за час ∆*t* ≈ 0,1 нс. При цьому біля 20% енергії електронів перетворюється в оптичну енергію з миттєвою потужністю від сотні до тисячі мегават.



В ексимерних лазерах використовуються також і молекули XeCl, XeF і т.п. В таких лазерах атоми Xe зв'язані з іншими атомами, і концентрація збуджених молекул залежить квадратично (а не кубічно) від тиску. При цьому можливість підвищується одержання більш високих

значень к.к.д при невеликих значеннях тиску газу.

Ексимерні лазери використовуються в технологічних процесах.

#### 6. НАПІВПРОВІДНИКОВІ ЛАЗЕРИ

У напівпровідникових лазерах робочі переходи (завдяки яким відбувається підсилення випромінювання) звичайно відбуваються між зонами (зоною провідності і валентною зоною), а не між дискретними рівнями. Загальне число станів у зонах провідності і валентній зоні одного порядку з повним числом атомів у одиниці об'єму ≈10<sup>23</sup>см<sup>-3</sup>. У рівноважному стані коефіцієнт поглинання напівпровідників досягає значень  $\alpha \sim 10^4$  см<sup>-1</sup>. Це означає, що у стані з інверсною населеністю коефіцієнт підсилення світла д теоретично може досягати таких великих значень. Внаслідок високих значень коефіцієнта підсилення світла напівпровідникові лазери мають малі розміри. Звичайно напівпровідниковий лазер являє собою кубик з ребром довжиною 0,2 – 0,3мм.

При міжзонних переходах електронів (у напівпровіднику) **ширина** спектральної лінії набагато більша, ніж при переходах між дискретними рівнями (наприклад, у атомах газу). Тому монохроматичність і когерентність випромінювання напівпровідникових лазерів звичайно нижчі, ніж у газових лазерах.

Внаслідок малих розмірів напівпровідникових лазерів їх випромінювання зручно вводити в оптичне волокно. Тому напівпровідникові лазери використовуються в волоконно-оптичних системах зв'язку та в системах інтегральної оптики.

Світлова пляма на дзеркалі резонатора напівпровідникового лазера має розміри в декілька мкм. Малі розміри світлової плями (а значить, і малі розміри її зображення у оптичних системах) дають змогу використовувати напівпровідникові лазери в оптичних системах запису і зчитування інформації.

Внаслідок малих розмірів резонатора дифракційна кутова розбіжність променя напівпровідникових лазерів велика (~10 – 15°), що часто небажано. Але

139

малі розміри резонатора дозволяють поміщати напівпровідниковий лазер у фокусі параболічного дзеркала і отримувати промінь з розбіжністю такого ж порядку, як у газових лазерах.

У напівпровідникових лазерах інверсну населеність можна створювати інжекцією електронів і дірок в *p*–*n*–переході. **Напруга живлення** інжекційних лазерів складає 2 – 3 В, (у газових лазерів порядку 1000 В), що дуже зручно для застосувань у космічній техніці та в портативних системах.

**К.к.д** напівпровідникових лазерів може складати 50% і вище. Випромінювання таких лазерів можна використовувати для накачування інших (наприклад, неодимових) лазерів.

**Інтенсивність** і **частоту** випромінювання напівпровідникових лазерів можна **модулювати**, змінюючи параметри режиму живлення, що обумовлює їх використання в системах (зокрема космічних) зв'язку, навігації та локації.

### 6.1. Енергетичний спектр і статистика електронів у напівпровідниках

6.1.1. Енергетичний спектр електронів у напівпровідниках

Спектр енергії електронів у кристалі складається з зон, які розділені забороненими зонами. Виникнення зон можна пояснити так. Нехай ми маємо систему із N (наприклад, N=4) однакових атомів, що знаходяться на великій відстані один від одного, так що практично не взаємодіють між собою. Нехай у кожного атома є по два валентних електрона (з протилежними спінами), що знаходяться на одному і тому ж рівні. Тоді кожний із валентних електронів має одну і ту ж енергію (позначимо її  $E_1$ ). Система N атомів має 2N електронів, які знаходяться на одному і тому ж енергетичному рівні  $E_1$ . У такому випадку говорять, що рівень  $E_1$  2*N*-кратно вироджений. Будемо тепер уявно зближувати атоми, так що середня відстань між сусідніми атомами становить r. За рахунок взаємодії атомів між собою відбудеться розщеплення енергетичних рівнів (розщеплення енергетичних рівнів окремого атома під дією електричного поля називається ефектом Штарка). Таке ж розщеплення відбувається для енергетичного рівня *E*<sub>2</sub> збудженого електрона.



Рис.1

Ha рис.1 схематично показана зміна положення енергетичних рівнів електронів системи із N=4 атомів зі зміною відстані ґ між Нехай при *r*= НИМИ.  $r_0$ система атомів створила 2N=8"кристал". Тоді валентних електронів будуть знаходитися V "валентній зоні" із 4-х рівнів, верхній із енергію  $E_V$ . А яких має

найближчі 4 рівні збуджених електронів утворять "зону провідності"; найнижчий з цих рівнів має енергію *E*<sub>c</sub>. Між "валентною зоною" і "зоною провідності" знаходиться "заборонена зона" (у якій немає енергетичних рівнів, які б відповідали стаціонарним станам) шириною

$$E_g = E_c - E_v \,. \tag{1}$$

У напівпровідниковому кристалі, на відміну від розглянутої уявної системи, знаходиться  $N \approx 10^{23}$  атомів у кубічному сантиметрі. Це означає, що число валентних електронів  $N_e$  такого ж порядку. Тоді валентна зона буде мати  $N_e$  рівнів, заповнених електронами, а зона провідності – таке ж число рівнів, але пустих (при низькій температурі). Зону провідності звичайно (для скорочення) називають с-зоною (conduction band), а валентну зону – v-зоною (valence band).

Нижній рівень с-зони  $E_c$  називають її дном, а верхній рівень v-зони – її вершиною.

## 6.1.2. Поведінка електронів і дірок у напівпровіднику

Електрони у с-зоні, поблизу її дна, ведуть себе так, як вільні частинки, але з масою, що відрізняється від маси вільного електрона. Тому електрони в с-зоні розглядають як квазічастинки, які мають **ефективну масу**  $m_n$ . Наприклад, для електронів у с-зоні арсеніду галію (GaAs) ефективна маса електрона  $m_n$ = 0,068 $m_0$ , де  $m_0$  – маса вільного електрона.

Енергію електрона у с-зоні можна записати як

$$E = E_c + \frac{p^2}{2m_n},\tag{2}$$

де *p* – квазіімпульс електрона. Формула (2) – така ж, як і для вільного електрона, якщо вважати, що *E<sub>c</sub>* – "потенціальна енергія", а другий член справа – "кінетична енергія". Для опису поведінки електронів у с-зоні звичайно використовують рівність

$$\vec{p} = \hbar \vec{k} \,, \tag{3}$$

де  $\vec{k}$  – хвильовий вектор електрона.

Тоді замість (2) пишуть

$$E = E_C + \frac{\hbar^2 k^2}{2m_n}.$$
(4)

Замість руху електронів у v-зоні (яких ~  $10^{23}$  на см<sup>3</sup>) звичайно розглядають рух дірок – квазічастинок з ефективною масою  $m_p$ . Дірка відповідає незаповненому електроном стану ("місцю"). Аналогією дірки є повітряна (краще – пустотна) бульбочка у воді. Замість руху всієї води можна розглядати рух цієї бульбочки. Енергія бульбочки збільшується при опусканні її у воді. Рух бульбочки у якомусь напрямі означає рух відповідного об'єму води у **протилежному** напрямі. Аналогічно, дірці приписують заряд +е (щоб вона в електричному полі рухалась у напрямі, протилежному до напряму руху електронів).

Для енергії електрона у валентній зоні, аналогічно до (4), записують

$$E = E_v - \frac{\hbar^2 k^2}{2m_p},\tag{5}$$

що відповідає "потенціальній енергії" дірки  $E_v$  і "кінетичній енергії" дірки  $\frac{\hbar^2 k^2}{2m_p}$ .

Зазначимо, що у загальному випадку у формулі (4) пишуть замість модуля хвильового вектора  $\vec{k}$  різницю ( $\vec{k} - \vec{k}_0$ ), де  $\vec{k}_0$  – хвильовий вектор, що відповідає мінімуму с-зони. Те ж саме відноситься до формули (5), але значення  $\vec{k}_0$  для v-зони може бути іншим, ніж для с-зони.

**Прямозонними** називаються напівпровідники, у яких значення  $\vec{k}_0$  для vзони і для с-зони збігаються (звичайно *k*=0).

У **прямозонних** напівпровідниках ймовірність електронних переходів між с- і v-зонами дуже велика, коефіцієнт поглинання  $\alpha$  досягає значень ~ $10^4$  см<sup>-1</sup>.

Прямозонними напівпровідниками є ряд сполук :  $A^{III}B^V$  (GaAs, GaSb, InAs, InSb та ін.),  $A^{II}B^{VI}$  (CdS, CdSe, CdTe, ZnS, ZnO та ін.),  $A^{IV}B^{VI}$  (PbS, PbSe, PbTe) та ін.

У непрямозонних напівпровідниках (Si, Ge, GaP та ін.) ймовірність електронних переходів між с і v-зонами набагато менша (~ на 2 порядки), ніж у прямозонних. Тому для створення лазерів використовуються прямозонні напівпровідники.

6.1.3. Статистика електронів і дірок у напівпровідниках

Електрони, як і інші частинки з напівцілим спіном (які об'єднуються назвою "ферміони"), підкоряються статистиці Фермі – Дірака. Ця статистика враховує принцип Паулі, відповідно до якого в одному стані (включаючи дану орієнтацію спіна) не може бути більше, ніж одна, частинок. Розподіл частинок за енергією характеризується функцією розподілу, яка дає середнє число частинок, що знаходяться у стані з енергією *E*. Функція Фермі – Дірака розподілу частинок за енергією при температурі *T* має вигляд

$$f(E) = \frac{1}{exp\left(\frac{E-F}{kT}\right) + 1},\tag{6}$$

де *k* – стала Больцмана; *F*– енергія (рівень) Фермі. У рівноважному стані положення рівня Фермі одне і те ж для електронів у всьому кристалі (чи навіть у складній системі, яка складається, наприклад, з шарів напівпровідників, металів, діелектриків).

На рис.2 показана зонна діаграма напівпровідника (зліва) і функція розподілу електронів за енергією f(E) для трьох випадків: а) коли рівень Фермі знаходиться всередині забороненої зони; б) коли рівень Фермі лежить всередині с-зони; в) коли рівень Фермі лежить всередині v-зони.

Слід відзначити, що для енергії електрона, що відповідає рівню Фермі (тобто при E=F), з (6) ми маємо f(E)=1/2: якщо енергетичний рівень електрона відповідає рівню Фермі, він заповнений наполовину. Для рівнів, які знаходяться вище рівня Фермі, так що

$$E - F \gg kT , \tag{7}$$

функція розподілу (6) спрощується до

$$f(E) \approx f_0 \exp\left(-\frac{E}{kT}\right),\tag{8}$$






Рис.2

де

$$f_0 = \exp\left(\frac{F}{kT}\right),\tag{9}$$

причому

$$f(E) \ll 1. \tag{10}$$

Вираз (8) збігається з класичною функцією розподілу Больцмана. Для станів з

$$F - E \gg kT \tag{11}$$

із (6) отримаємо

$$f(E) \approx 1, \tag{12}$$

причому

$$1 - f(E) \approx f_0' \exp\left(\frac{E}{kT}\right),\tag{13}$$

де

$$f_0' = exp\left(-\frac{F}{kT}\right). \tag{14}$$

Із (10) і (12) видно, що, при достатньо низькій температурі, енергетичні стани над рівнем Фермі можна вважати "пустими" (не заповненими електронами), а під рівнем Фермі – заповненими.

Якщо рівень Фермі знаходиться всередині забороненої зони (на відстані  $E_c - F >> kT$  від с-зони і на відстані  $F - E_V >> kT$  від v- зони, як показано на рис. 2a, то розподіл електронів у с-зоні можна описати класичною функцією розподілу Больцмана (8), а розподіл дірок у v- зоні — такою ж функцією (13) (враховуючи від'ємний напрям зростання енергії дірок). У даному випадку напівпровідник називається невиродженим. Невиродженими називаються у даному випадку також електрони і дірки ("електронний газ" і "дірковий газ").

На рис. 26 показана зонна діаграма напівпровідника у випадку, коли рівень Фермі знаходиться всередині с-зони. У даному напівпровіднику майже

всі енергетичні рівні (в тому числі у с-зоні), що знаходяться під рівнем Фермі, заповнені електронами (заштриховані рівні). У даному випадку для електронів у класична статистика незастосовна, і напівпровідник називається с-зоні напівпровідником п-типу. Електрони виродженим В такому напівпровіднику називаються виродженими (вони підкоряються "виродженій", квантовій, не класичній статистиці). А для дірок у даному напівпровіднику класична статистика застосовна, тобто дірки – не вироджені.

У випадку, показаному на рис.2*в*, рівень Фермі знаходиться всередині vзони. Заповнені електронами рівні (під рівнем Фермі) заштриховані. У даному напівпровіднику **дірки вироджені** (а електрони – не вироджені). Ми маємо **вироджений напівпровідник р-типу**.

Слід відзначити, що у достатньо очищених напівпровідниках рівень Фермі звичайно лежить у забороненій зоні, тобто такі напівпровідники – невироджені.

При легуванні напівпровідника донорами (атоми яких віддають електрони кристалу) рівень Фермі наближається до с-зони. Донорами, наприклад, в арсеніді галію (GaAs) є Te, Sn, S та ін. У сильно легованому донорами напівпровіднику рівень Фермі заходить всередину с-зони, тобто напівпровідник стає виродженим напівпровідником n-типу.

При легуванні напівпровідника акцепторами (наприклад, Zn, Cd та ін. в GaAs) рівень Фермі наближається до v-зони, а при достатньо сильному легуванні ми можемо отримати вироджений напівпровідник p-типу.

#### 6.2. Нерівноважні електрони та дірки і квантове підсилення

# випромінювання у напівпровідниках

6.2.1. Квазірівні Фермі для нерівноважних електронів і дірок

У с- і v-зонах напівпровідника знаходиться величезна кількість (~10<sup>23</sup>см<sup>-3</sup>) електронних станів, які створюють квазінеперервний спектр. Це означає, що електрон (чи дірка) дуже легко може переходити між енергетичними станами (змінювати свою енергію) внаслідок взаємодії з іншими частинками і кристалом. Як відомо, при підвищенні температури зростає інтенсивність коливань атомів біля своїх рівноважних положень у вузлах кристалічної гратки. Ці коливання мають свої кванти, які називаються фононами.

У напівпровіднику дуже легко (у порівнянні з діелектриками) змінювати (звичайно – збільшувати) концентрацію електронів у с-зоні ("вільних" електронів) і дірок у v-зоні ("вільних" дірок). Наприклад, при освітленні напівпровідника, коли енергія фотона  $hv > E_g$ , генеруються **нерівноважні** електрони та дірки. Подібного ефекту можна досягти опроміненням електронами,  $\alpha$ -частинками,  $\gamma$ -квантами і т.п. Особливо зручним методом генерації нерівноважних носіїв заряду є їх інжекція в *p-n*-переході. При пропусканні через *p-n* -перехід прямого струму електрони інжектуються в *p*область, а дірки – в *n*-область.

Нерівноважні електрони (чи дірки) за дуже малий проміжок часу (~10<sup>-12</sup>с) віддають "надлишкову" енергію коливанням кристалічної гратки (їх квантам – фононам) і тоді мають **ту ж саму середню енергію, що і рівноважні електрони**.

Тому звичайно нерівноважні електрони з концентрацією n розподілені таким же чином у с-зоні, як були б розподілені рівноважні електрони, якби концентрація цих рівноважних електронів  $n_0$  була тою ж самою (тобто, при  $n_0=n$ ). Виходячи з цього, для описання розподілу нерівноважних електронів за

енергією у с-зоні можна ввести квазірівень Фермі *F<sub>n</sub>*так, що функція розподілу буде подібною до (6):

$$f(E) = \frac{1}{\exp\left(\frac{E - F_n}{kT}\right) + 1}.$$
(15)

Аналогічно можна ввести поняття про квазірівень Фермі для дірок  $F_p$ , і тоді функція розподілу електронів у v-зоні буде мати вигляд

$$f(E) = \frac{1}{\exp\left(\frac{E - F_p}{kT}\right) + 1}.$$
(16)

При зростанні концентрації нерівноважних електронів квазірівень Фермі  $F_n$  зміщується в сторону с-зони ("вгору"). При достатньо високій концентрації нерівноважних електронів їхній квазірівень Фермі  $F_n$  попадає всередину с-зони, тобто нерівноважні електрони стають виродженими. Подібно до цього, при достатньо високій концентрації нерівноважних дірок квазірівень Фермі для дірок  $F_p$  знаходиться у v-зонi, і дірки є вироджені.

При одночасному створенні достатньо високих концентрацій нерівноважних носіїв заряду обох знаків можна досягти **одночасного** виродження електронів і дірок.

6.2.2. Порогова умова квантового підсилення світла у напівпровіднику

На рис.3 показана схема електронних переходів, які відбуваються у напівпровіднику при взаємодії електронів з фотонами. Виберемо електронні стани: у v-зоні з енергією  $E_1$  і у с-зоні – з енергією  $E_2$ . При поглинанні фотонів

з енергією

$$hv = E_2 - E_1 \tag{17}$$

відбуваються переходи $E_1 \rightarrow E_2$  з ймовірністю  $W_{12}$ . Під дією фотонів відбуваються і стимульовані переходи  $E_2 \rightarrow E_1$  з ймовірністю  $W_{21}$ , при яких генеруються фотони.

Як вказувалось у Розділі 1, всі параметри стимульовано випромінюваних фотонів збігаються з відповідними параметрами падаючих фотонів, і стимульоване випромінювання використовується для квантового підсилення світла. Одночасно відбуваються спонтанні переходи  $E_2 \rightarrow E_1$  з ймовірністю  $A_{21}$ , але, внаслідок того, що параметри генерованих при цьому фотонів випадкові, спонтанне випромінювання відіграє роль шумів і не може бути використане для квантового підсилення світла.

Для фотона, що поширюється в напівпровіднику, є ймовірність поглинання  $W_n$  і ймовірність  $W_B$  того, що цей фотон викличе стимульоване випромінювання другого фотона. Електрони підкоряються принципу Паулі. Тому

$$W_{\Pi} = W_0 f_1 (1 - f_2), \tag{18}$$





#### випромінювання фотона

де  $W_0$  – значення ймовірності поглинання фотона у тому випадку, коли рівень  $E_1$ заповнений електронами ("є кому здійснювати перехід"), а рівень  $E_2$  – пустий ("є куди переходити");  $f_1$  і  $f_2$  – ймовірності заповнення електронами рівнів $E_1$  і  $E_2$ . Аналогічно, для ймовірності стимульованого

$$W_{\theta} = W_0 f_2 (1 - f_1), \tag{19}$$

де враховано, що для переходу  $E_2 \to E_1$  необхідними умовами є  $f_2 \neq 0$  ("щоб було кому здійснювати перехід") і  $f_1 \neq 1$  ("щоб було куди переходити"). Очевидно, для квантового підсилення світла необхідно

$$W \boldsymbol{e} > \boldsymbol{W}_{\Pi} , \qquad (20)$$

звідки, з урахуванням (18) і (19), отримаємо умову квантового підсилення

$$f_2 > f_1.$$
 (21)

Виконання умови (21) неможливе у рівноважному напівпровіднику. Скористуємося виразами (15) і (16) для функції розподілу нерівноважних електронів у с-зоні і v-зоні:

$$f_{1}(E_{1}) = \frac{1}{\exp\left(\frac{E_{1} - F_{p}}{kT}\right) + 1};$$

$$f_{2}(E_{2}) = \frac{1}{\exp\left(\frac{E_{2} - F_{n}}{kT}\right) + 1},$$
(22)
(23)

де враховано, що рівень  $E_1$  знаходиться у v-зоні (для якої використовується дірковий квазірівень Фермі  $F_p$ ), а рівень $E_2$  — у с-зоні (для якої маємо електронний квазірівень Фермі  $F_n$ ).

Підставивши (22) і (23) в (21), отримаємо **умову квантового підсилення** світла у напівпровіднику: при електронних переходах між рівнями  $E_2$  і  $E_1$ :

$$F_n - F_p > E_2 - E_1. (24)$$

Враховуючи, що рівень  $E_1$  знаходиться у v-зоні, а рівень  $E_2$  – у с-зоні, тобто

$$E_2 - E_1 \ge E_g, \tag{25}$$

отримаємо умову квантового підсилення світла при міжзонних електронних переходах у напівпровіднику:

$$F_n - F_p > E_g. aga{26}$$

Таким чином, для квантового підсилення світла необхідно, щоб електронний квазірівень Фермі  $F_n$  знаходився всередині с-зони, а дірковий квазірівень Фермі  $F_p$  – всередині v-зони, як показано на рис.3.

На рис.З заштриховані ті стани у v- і с-зонах, які знаходяться під відповідними квазірівнями Фермі. Квантове підсилення світла у даній ситуації можна пояснити так: практично, всі рівні в с-зоні, що знаходяться під квазірівнем Фермі  $F_n$ , зайняті електронами (в тому числі рівень  $E_2$ ). Майже всі рівні у v-зоні, що знаходяться під квазірівнем Фермі  $F_n$ ,(в тому числі рівень  $E_1$ ) – пусті. Тому стимульовані переходи  $E_2 \rightarrow E_1$  (з випромінюванням фотонів) відбуваються, а переходи  $E_1 \rightarrow E_2$ (з поглинанням фотонів) не можуть відбутися.

Умова квантового підсилення світла (26) відповідає інверсній населеності рівнів поблизу дна с-зони і біля вершини v-зони: заселеність рівнів біля дна с-зони  $f_2$ , більша, ніж заселеність  $f_1$  рівнів, що лежать біля вершини v-зони. Це і виражається нерівністю (21).

Із нерівностей (24) і (25) з урахуванням (17) видно, що підсилення світла у напівпровіднику буде здійснюватися для фотонів, енергія *hv* яких задовольняє умову

$$E_g < hv < F_n - F_p. \tag{27}$$

Вираз (27) визначає **ширину спектра підсилення** світла у напівпровіднику при даній інтенсивності накачування (яка визначає положення квазірівнів Фермі).

## 6.3. Інжекційні (діодні) лазери

Для квантового підсилення світла у напівпровіднику за рахунок зовнішнього збудження (накачування) необхідно створити високі концентрації нерівноважних електронів і дірок у деякій його області (яка називається активною областю), щоб досягти одночасного виродження і електронів, і дірок. У діодних (інжекційних) лазерах накачування здійснюється інжекцією електронів і дірок при пропусканні





6.2.1. Будова і принцип дії інжекційного лазера

прямого струму в р-п-переході.

Структура діодного лазера схематично показана на рис.4. Активна область (*p*-шар) знаходиться між більш сильно легованими  $p^+$ шаром (інжектором дірок) і  $n^+$ -шаром (інжектором електронів). Лазер має

металеві контакти (заштриховані) для електричного живлення. Тепло, що виділяється при роботі лазера, передається до тепловідводу *T*.

Сучасні лазери виготовляють на основі гетероструктур, які складаються з кількох шарів напівпровідників, що мають різну ширину забороненої зони. Великого поширення набули лазери на основі  $Ga_{1-x}Al_xAs$ , де x – молярна частка алюмінію у потрійній сполуці. Вказані потрійні сполуки характерні тим, що зі зростанням параметра x збільшується (приблизно лінійно) ширина забороненої зони, а період кристалічної гратки змінюється незначно.

При  $x \le 0.35$  даний напівпровідник є прямозонним, що дозволяє, за рахунок зміни вмісту алюмінію в активній області, виготовляти лазери на різні довжини хвилі, від 0,85 до 0,65 мкм. Гетероструктури на основі четверних сполук In<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As<sub>1-y</sub>P<sub>y</sub> зі змінними параметрами *x*, *y* дають випромінювання з довжиною хвилі від 0,9 до 2 мкм.

Рис. 5а схематично показує профіль ширини забороненої зони  $E_g$  в лазері з подвійною гетероструктурою. Величина  $E_g$  в активній області (*p*-шарі) менша, ніж у  $n^+$ - і  $p^+$ -інжекторах. Тому, при пропусканні прямого струму, інжектовані електрони і дірки локалізуються в активній області. Такі структури дістали назву структур з електронним обмеженням.



Рис. 5

На рис.5б показано профіль величини  $E_g$  у більш складній (з п'ятьма різними шарами) структурі з роздільним електронним і оптичним обмеженням. Активний шар має малу товщину  $W_a < 0,5$ мкм. З двох сторін до активного шару З прилягають шари 2 і 4 загальною товщиною  $W_r \le 5$ мкм, які утворюють оптичний резонатор. На границях шарів 1 і 2, а також 4 і 5 відбувається повне внутрішнє відбивання світла (оскільки показники заломлення задовольняють нерівності  $n_2 > n_1$ ;  $n_4 > n_5$ .

Дзеркалами резонатора у діодному лазері служать природні (отримані сколюванням) грані кристала. Коефіцієнт відбивання світла на границі

напівпровідник – повітря при нормальному падінні визначається через показник заломлення *n* напівпровідника:

$$r = \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^2.$$
(28)

Для GaAs n = 3,6, так що r = 0,32. Внаслідок того, що у напівпровідниках коефіцієнт підсилення g високий (легко досягаються значення  $g \sim 100$  см<sup>-1</sup>), лазерна генерація досягається при вказаних значеннях коефіцієнта відбивання дзеркал.

У діодних лазерах звичайно світло поширюється не тільки у активній області товщиною  $W_a$ , але й за рахунок дифракції проникає у сусідні шари. У структурі, показаній на рис.5б, спеціально створений резонатор, ширина якого  $W_r > W_a$ . Але квантове підсилення світла відбувається тільки у активній області. Для врахування цього вводиться параметр резонатора — коефіцієнт оптичного обмеження

$$\Gamma = \Phi_a / \Phi, \tag{29}$$

де  $\Phi_a$  – оптичний потік у активній області;  $\Phi$  – повний оптичний потік, що поширюється в резонаторі.

Основними механізмами втрат у діодних лазерах є втрати, пов'язані з неідеальністю відбивання світла від дзеркал, і втрати, обумовлені поглинанням світла вільними електронами і дірками.

Рішення рівнянь Максвела для середовища, що має електропровідність, показує, що в такому середовищі відбувається поглинання електромагнітних хвиль, причому коефіцієнт поглинання

$$\alpha = \frac{\sigma}{\varepsilon_0 cn},\tag{30}$$

де  $\varepsilon_0$  – електрична стала; с – швидкість світла у вакуумі; n – показник заломлення даного середовища;  $\sigma$  – його електропровідність. При цьому

$$\sigma = e(\mu_n n + \mu_p p), \tag{31}$$

де  $\mu_n$ ,  $\mu_p$  – рухливості електронів і дірок; *n* і *p* – концентрації електронів і дірок.

Із (30) і (31) видно, що зі зростанням концентрацій електронів і дірок збільшується коефіцієнт поглинання світла. Для досягнення інверсної населеності в активній області діодного лазера створюються високі концентрації  $(n > 10^{17} \text{ см}^{-3})$  нерівноважних електронів і дірок. Тому для напівпровідникових лазерів поглинання світла вільними носіями заряду вносить значні втрати. Коефіцієнт поглинання складає  $\alpha \sim 10 - 100 \text{ см}^{-1}$ .

Коли, при пороговому значенні струму, квантове підсилення світла у активній області компенсує всі втрати в резонаторі, починається лазерна генерація. Випромінювання виходить через дзеркала резонатора, як показано стрілками на рис.4.

6.3.2. Порогова умова генерації напівпровідникового лазера



Генерація у напівпровідниковому лазері (як і у всіх лазерах) починається, коли квантове підсилення світла у активній області компенсує всі втрати. Розглянемо

поширення світла у резонаторі (довжиною L) діодного лазера, схематично показаному на рис.6. Як зазначалося, товщина резонатора включає товщину

активної області і ефективні товщини сусідніх шарів, у які проникає випромінювання. Дзеркала резонатора Д<sub>1</sub> і Д<sub>2</sub> створюються гранями кристала.

Нехай при *z*=0, біля лівого дзеркала Д<sub>1</sub>, вправо поширюється оптичний потік Ф<sub>0</sub>. При проходженні вправо оптичний потік підсилюється, так що

$$\frac{d\Phi}{dz} = (Ig - \alpha)\Phi, \qquad (32)$$

де  $\Gamma$ - коефіцієнт оптичного обмеження, що визначається формулою (29); g – "чистий" (без врахування втрат) коефіцієнт підсилення світла на одиниці довжини променя (gain);  $\alpha$  – коефіцієнт поглинання світла. Тоді при z=L (біля правого дзеркала) світловий потік, що поширюється вправо, буде складати

$$\Phi(L) = \Phi_0 \exp[(Ig - \alpha)L].$$
(33)

Після відбивання від дзеркала Д2 отримаємо світловий потік

$$\Phi_r(L) = r \exp[(Ig - \alpha)L]\Phi_0, \qquad (34)$$

де *r* – коефіцієнт відбивання дзеркала Д<sub>2</sub>.

Якщо параметри дзеркал однакові, то для генерації необхідно, щоб після проходження резонатора і відбивання від дзеркала Д<sub>2</sub> оптичний потік не зменшився:

$$\Phi_r(L) = \Phi_0. \tag{35}$$

Тоді, враховуючи (34), отримаємо порогову умову генерації

$$g = g_t = \frac{1}{\Gamma} \left( \alpha + \frac{1}{L} \ln \frac{1}{r} \right), \tag{36}$$

де  $g_t$  – порогове значення коефіцієнта підсилення. Якщо коефіцієнти відбивання дзеркал не однакові (наприклад, за рахунок нанесення на грані кристала діелектричних плівок), і складають  $r_1$  і  $r_2$ , то в (36) замість r треба взяти  $\sqrt{r_1r_2}$ .

Залежність коефіцієнта підсилення від струму накачування *I* можна апроксимувати формулою

$$g = \beta (I - I_0), \tag{37}$$

де *I*<sub>0</sub> – струм, при якому досягається інверсна населеність; *β* – параметр, що характеризує **ефективність** накачування. Тоді порогова умова генерації прийме вигляд

$$I = I_t = I_0 + \frac{1}{\beta\Gamma} \left( \alpha + \frac{1}{L} \ln \frac{1}{r} \right), \tag{38}$$

де *I*<sub>t</sub> – пороговий струм лазерної генерації.

Величину *β* можна оцінити таким чином. Запишемо кінетичне рівняння для електронів у активній області лазера для підпорогового режиму живлення:

$$\frac{dn}{dt} = \gamma_i \frac{I}{eV} - \frac{n}{\tau},\tag{39}$$

де 1-й член справа дає інтенсивність генерації електронів (число електронів, інжектованих у одиницю об'єму за 1 с), а 2-й член – інтенсивність їх рекомбінації. У (39)  $\gamma_i$  – коефіцієнт інжекції – відношення числа електронів, що інжектуються у активну область, до числа електронів, що проходять за той же час через контакти лазера; V – об'єм активної області;  $\tau$  – час життя електронів у с-зоні. У стаціонарному випадку

$$n = \frac{\gamma_i \tau}{eV} I . \tag{40}$$

Якщо врахувати вираз для коефіцієнта підсилення

$$g = \sigma(n - n_0), \tag{41}$$

де  $\sigma$  – ефективний переріз стимульованого переходу;  $n_0$  – концентрація електронів, яка відповідає створенню інверсної населеності, то одержимо

$$g = \frac{\gamma_i \sigma \tau}{eV} (I - I_0), \qquad (42)$$

звідки отримаємо (дуже приблизну) оцінку для параметра  $\beta$  у підпороговому режимі накачування

$$\beta \approx \frac{\gamma_i \tau}{eV} I . \tag{43}$$

#### 6.3.3. Шляхи зниження порогу генерації діодних лазерів



Рис. 7

На рис. 7 схематично показана ват-амперна характеристика (залежність вихідної оптичної потужності від струму накачування) діодного лазера. Починаючи з порогового струму  $I = I_t$ , потужність випромінювання Ф приблизно лінійно зростає з підвищенням струму накачування I.

У перших діодних лазерів на

основі *p-n*-переходу в GaAs пороговий струм складав десятки ампер (порогова густина струму ~ $10^5$ A/см<sup>2</sup>). Такі лазери працювали лише в імпульсному режимі, а в неперервному – при охолодженні рідким азотом. В *p-n*-гомопереходах (всередині однієї речовини, наприклад, GaAs) інжектовані електрони і дірки дифундують від *p-n*-переходу, і ефективні розміри "активної області" великі.

В лазерах на подвійних гетеропереходах з електронним обмеженням (див. рис.4 і рис.5а) товщина активної області задається розміром  $W_a$  вузькозонного (з меншим значенням  $E_g$ ) шару. При зменшенні товщини активної області до  $W_a\sim0,3$ мм пороговий струм зменшується за рахунок зниження її об'єму V, згідно з (38) і (43). При подальшому зменшенні  $W_a$  пороговий струм зростає внаслідок зменшення коефіцієнта оптичного обмеження  $\Gamma$  в (38). Порогова густина струму в лазерах на подвійних гетеропереходах складає ~10<sup>3</sup>A/см<sup>2</sup> (на

два порядки нижча, ніж в гомопереходах). Такі лазери працюють в неперервному режимі при кімнатній температурі і знайшли широке використання в техніці.

В лазерах з роздільним (електронним і оптичним обмеженням – див. рис.5б) порогова густина струму може складати ~500 A/см<sup>2</sup>.

Важливим досягненням в розвитку технології діодних лазерів стало впровадження **смужкової геометрії** лазерів. Переріз двох типів таких лазерів у площині, перпендикулярній до осі резонатора, схематично показано на рис.8.



Рис.8

Один з металевих контактів (верхній контакт на рис.8а), який прилягає до тонких шарів, виготовлений у вигляді смужки шириною 3–15 мкм.

Штриховими стрілками схематично показано лінії струму в такій структурі. Струм проходить практично лише під смужковим контактом і створює інверсну населеність лише в даній частині активної області. Таким чином, значно зменшується ефективний об'єм V активної області, що веде, у відповідності до (38) і (43), до суттєвого зменшення порогового струму.

В структурі, показаній на рис. 8б, частина напівпровідникового шару за межами смужкового контакту витравлена. При цьому не тільки відбувається

просторове обмеження струму (лінії струму показано штриховими стрілками), але й покращується обмеження оптичного потоку в бокових напрямках.

Значним досягненням лазерної техніки стало створення діодних лазерів на квантово-розмірних структурах. При зменшенні товщини вузькозонних шарів у гетероструктурах до

$$W \le \lambda_e = \frac{h}{p},\tag{44}$$

де  $\lambda_e$ – довжина хвилі де Бройля електрона; h– стала Планка; p– (квазі)імпульс електрона в напівпровіднику. У такій вузькій потенціальній ямі сі v-зони напівпровідника розщеплюються на дискретні рівні. При цьому різко збільшується переріз  $\sigma$  стимульованих переходів, що, відповідно до (38) і (43), веде до значного зниження порогу генерації. Сучасні лазери на основі квантоворозмірних структур мають пороговий струм  $I_t < 1$ мА.

# 6.4. Характеристики напівпровідникових лазерів

### 6.4.1. Просторовий розподіл випромінювання діодних лазерів

Просторовий розподіл випромінювання лазерів характеризують цого ближнім полем і дальнім полем.

**Ближнє поле** випромінювання – це розподіл інтенсивності на поверхні вихідного дзеркала резонатора.

Дальнє поле випромінювання – це кутовий його розподіл, який вимірюється на відстані від лазера, що в багато разів перевищує розміри резонатора.

Коли через лазерний діод пропускають достатньо малий струм  $I < I_{th}$  (де  $I_{th}$  — пороговий струм), то спостерігають просторовий розподіл рекомбінаційного (спонтанного) випромінювання.

Випромінювання *p-n*-переходів при пропусканні прямого струму (інжекції нерівноважних носіїв заряду) називається **інжекційною** електролюмінесценцією.

Нерівноважні електрони і дірки, інжектовані в активну область лазера, можуть рекомбінувати (взаємно "анігілювати") випромінювально (з генерацією фотона), або ж невипромінювально, коли енергія електрона і дірки передається коливанням кристалічної гратки.

Квантовий вихід випромінювальної рекомбінації визначається як

$$\eta_r = \frac{W_r}{W_r + W_n},\tag{45}$$

де  $W_r$  – ймовірність випромінювальної рекомбінації електрона і дірки;  $W_n$  – ймовірність невипромінювальної рекомбінації. Невипромінювальна рекомбінація звичайно відбувається на дефектах кристала.

В якісних кристалах кількість дефектів достатньо мала, а їх просторовий достатньо однорідний. Тому розподіл \_ ближнє поле спонтанного (допорогового) випромінювання лазерів з широкими металевими контактами однорідне. Але при збільшенні струму, коли досягається лазерна генерація, ближнє поле випромінювання стає різко неоднорідним: на дзеркалі спостерігаються окремі світні плями. Кількість і положення світних плям змінюються з підвищенням струму накачування.

Неоднорідність ближнього поля лазерів з широкими контактами пояснюється тим, що значення порогової густини струму накачування дуже чутливе до величини квантового виходу випромінювальної рекомбінації  $\eta_r$ . Незначні флуктуації  $\eta_r$  ведуть до того, що одних місцях активної області починається лазерна генерація, а в інших ще превалює спонтанне випромінювання. Всередині активної області виникає декілька "шнурів", приблизно паралельних до оптичної осі, в яких і відбувається лазерна генерація.

Локальна лазерна генерація відбирає більшу частку енергії накачування і таким чином перешкоджає досягненню інверсної населеності в інших місцях активної області.

Стабілізація ближнього поля випромінювання досягається в лазерах зі смужковою геометрією (див. попередній параграф), при ширині смужкового контакту  $W_s \leq 15$  мкм. В таких лазерах густина струму в активній області має максимум під серединою смужкового контакту. Тому порогова густина струму досягається у вузькій області активного шару під контактом, і локалізація світної плями на дзеркалі резонатора зберігається при підвищенні струму накачування.

Зменшення розмірів світної плями на дзеркалі резонатора до ~1 – 2мкм. і стабілізація її положення дали змогу використовувати діодні лазери в оптичних системах зчитування інформації великого обсягу пам'яті.

Дальнє поле випромінювання лазера характеризується кутом розбіжності – кутом між двома напрямками (у одній площині), у яких інтенсивність випромінювання в деяке фіксоване число  $m_d$  менше від своєї максимальної величини (див. рис. 9). Звичайно беруть  $m_d = 0.5$ , або ж  $m_d = 0.1$ , і тоді говорять про розбіжність на рівні 50% від максимальної інтенсивності, або на рівні 10%.

Основною причиною розбіжності випромінювання напівпровідникових лазерів є дифракція. Якщо випромінювання з довжиною хвилі  $\lambda$  проходить через діафрагму діаметра d, то кут дифракції визначається формулою

$$\varphi_d \approx 1,22\frac{\lambda}{d}.$$
(46)

У даному виразі кут  $\varphi_d$  визначає положення найближчого до оптичної осі дифракційного мінімуму. Кут розбіжності променя на рівні 50% приблизно відповідає куту дифракції  $\varphi_d$ .



Рис. 9

При  $\lambda = 0.85$  мкм і d = 4 мкм із (46) отримаємо  $\varphi_d = 15^0$ .

У напівпровідникових лазерах звичайно кут розбіжності променя  $\Theta_y$  у вертикальній площині (див. рис. 9) більший, ніж кут розбіжності  $\Theta_x$  у горизонтальній площині і складає  $\Theta_y = 15 - 25^0$ . Із того, що ширина дзеркала резонатора у горизонтальному напрямку в лазерах з **широким контактом** звичайно складає  $W_x \approx 200 - 300$  мкм, можна було б чекати значень  $\Theta_x < 1^0$ , але звичайно  $\Theta_x \ge 10^0$ . Велика розбіжність променя у горизонтальній площині обумовлена тим, що лазерна генерація відбувається, як зазначалося, не у всьому об'ємі, а у "шнурах" малого діаметра. Нестабільності ближнього поля випромінювання лазерів з широким контактом ведуть до нестабільностей дальнього поля.

Лазери із смужковою геометрією (див. рис. 9) мають особливість дальнього поля випромінювання. Розподіл випромінювання у площині *p-n*- переходу має не один, а два приблизно симетричних максимуми. Це обумовлено особливістю просторового розподілу коефіцієнта підсилення *g* у активній області під смужковим контактом. Коефіцієнт підсилення має максимум під віссю смужкового контакту. А показник заломлення напівпровідника пов'язаний з коефіцієнтом підсилення співвідношенням

$$n_r \approx n_0 - \alpha_R g / k_0, \tag{46}$$

де  $n_0$  – показник заломлення у відсутності підсилення;  $k_0 = 2\pi / \lambda$  – хвильовий вектор (для поширення світлової хвилі у вакуумі);  $\alpha_R$  – так званий фактор уширення лінії. Для GaAs – AlGaAs лазерів експерименти дають  $\alpha_R = 2 - 4$ . Тоді, при значенні коефіцієнта підсилення під центром смужкового контакту  $g = 100 \text{ см}^{-1}$ , отримаємо  $n_r = n_0 - 0,004$ . У площині *p*-*n*-переходу розподіл коефіцієнта заломлення має мінімум під віссю смужкового контакту. Це означає, що активна область діє на випромінювання, як розсіювальна лінза, що веде до самодефокусування випромінювання. Зменшення ширини смужкового контакту і застосування резонатора із смужковим виступом (див. рис. 8*б*) усуває цей небажаний ефект.

## 6.4.2. Поляризація випромінювання напівпровідникових лазерів

Випромінювання діодних лазерів звичайно лінійно поляризоване. Ступінь поляризації випромінювання визначається як

$$\rho = \frac{\Phi_{TE} - \Phi_{TM}}{\Phi_{TE} + \Phi_{TM}},\tag{48}$$

де  $\Phi_{TE}$ ,  $\Phi_{TM}$  – інтенсивності *TE* і *TM* поляризованих мод. У напівпровідникових лазерах поперечні розміри резонатора одного порядку з довжиною хвилі випромінювання. Тому, на відміну від випромінювання газових лазерів, де електромагнітні хвилі можна вважати поперечними (*TEM* хвилями, див. Розділ 2), у резонаторі діодного лазера поширюються *TE* (transversal electrical) і *TM* (transversal magnetic) хвилі. У *TE* хвилі площина коливань електричного вектора збігається з площиною *p*-*n*-переходу, а в *TM* хвилі – перпендикулярна до неї. На рис.10 схематично показано переріз резонатора діодного лазера у площині, перпендикулярній до *p*-*n*-переходу.



Рис.10

Резонатор довжиною L має дзеркала  $Д_1$  і  $Д_2$ , що утворюються сколотими гранями кристала. Випромінювання поширюється вздовж осі Z, відбиваючись від стінок резонатора. Стрілками показано напрям коливань електричного вектора TM моди, а значками  $\oplus$  – для TE моди. Площина падіння променів збігається з площиною рисунка. Як видно з рис.10, електричний вектор TE моди у всіх випадках перпендикулярний до осі Z і до площини падіння. У той же час електричний вектор TM моди має складову, паралельну до осі Z. Крім того, електричний вектор TM моди лежить у площині падіння при відбиванні променя від дзеркал і стінок резонатора. На рис.11 показана залежність

коефіцієнтів відбивання світла  $r_{TE}$  і  $r_{TM}$  на границі двох діелектриків (для TE і TM мод) від кута падіння  $\varphi$ . Видно, що при достатньо великих кутах падіння





Рис.11

Враховуючи, що, згідно з формулою (38), пороговий струм збільшується накачування при зменшенні коефіцієнта відбивання дзеркал, приходимо до висновку, що генерація почнеться на ТЕ моді. Як відомо (див. формулу (14) розділу 4.), після початку генерації інверсна населеність лазера робочих рівнів активного середовища насичується (v

(49)

лінійному наближенні). Це означає, що при зростанні струму накачування буде продовжуватися генерація на *TE* моді.

Слід відзначити дві особливості поляризації випромінювання напівпровідникових лазерів: а) випромінювання не повністю, а частково поляризоване, тобто  $\rho < 1$ . Це обумовлено нелінійною взаємодією між випромінюванням *TE* і *TM* мод; б) ступінь поляризації  $\rho$  можна змінювати за допомогою зовнішнього одноосного тиску, нагрівання лазера та ін. Дані ефекти обумовлені порушенням симетрії кристала і виникненням **подвійного променезаломлення** під дією тиску і т.п.

#### 6.4.3. Інерційність напівпровідникових лазерів

Після подачі на напівпровідниковий лазер прямокутного імпульсу струму генерація починається з деякою затримкою. Затримка генерації обумовлена тим,

що створення інверсної населеності у активній області не відбувається миттєво, а потребує деякого часу. Знайдемо час затримки генерації. Для інжектованих у активну область електронів запишемо кінетичне рівняння

$$\frac{dn}{dt} = G - \frac{n}{\tau},\tag{50}$$

де *G* – інтенсивність генерації електронів (число електронів, інжектованих за одну секунду в одиницю об'єму активної області); τ – час життя електронів у с-зоні. При цьому

$$G = \frac{I}{eV_a^e},\tag{51}$$

де *I* – струм; *V*<sup>*e*</sup><sub>*a*</sub> – ефективний об'єм тієї частини активної області, де локалізуються інжектовані електрони і дірки.

При *т=const* рівняння (50) являє собою лінійне неоднорідне диференціальне рівняння відносно концентрації електронів *n* з постійними коефіцієнтами. Рішення такого рівняння при початковій умові *n*(0)=0 має вигляд

$$n(t) = n_s \left[ 1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \right],\tag{52}$$

де

$$n_s = G\tau \,. \tag{53}$$

Рівність (52) описує залежність n(t) до початку лазерної генерації, поки має місце  $\tau$ =*const* (після початку генерації час життя електронів  $\tau$  різко зменшується внаслідок стимульованих переходів).

На рис.12 схематично показано залежності інтенсивності генерації G, концентрації електронів у активній області n і потужності випромінювання  $\Phi$  від часу.

Будемо вважати, що генерація почнеться в момент часу *t*<sub>d</sub>, коли буде досягнута порогова концентрація електронів, тобто при



$$n(t_d) = n_t \,. \tag{54}$$

Рис. 12

Враховуючи (54), із (52) отримаємо

$$t_d = \tau \ln[1/(1 - n_t / n_s)].$$
(55)

Рис. 13 ілюструє залежність часу затримки (delay time) генерації напівпровідникового лазера від величини  $n_s$ , яка, відповідно до (53) і (51), пропорціональна до струму накачування.

Слід відзначити, що залежність інтенсивності випромінювання від часу після початку генерації не така проста, як показано на рис.12в. Звичайно на очатку генерації відбуваються затухаючі осциляції інтенсивності випромінювання (аналогічно до "пічків" випромінювання лазерів з оптичним накачуванням).

Затримка генерації небажана у



Рис.14.

"включають" випромінювання.

тих випадках, коли діодні лазери використовують (у режимі прямої амплітудної модуляції) для передачі сигналів. Для зменшення часу затримки, як видно з (55) і рис.12, можна збільшувати

імпульсний струм накачування. Ha практиці часто використовується такий метод затримки: зменшення часу через "чекання") (v режимі лазер близький пропускають струм, ДО порогового (чи навіть трохи більший порогового). Імпульси струму, що відповідають сигналу, за час t << т

## 6.5. Напівпровідникові лазери з накачуванням електронним пучком

У напівпровідникових лазерах з накачуванням електронним пучком для генерації нерівноважних електронів і дірок використовується **ударна іонізація**. Це явище полягає в тому, що швидкий ("гарячий") електрон в кристалі, що має достатню енергію, може віддати частину своєї енергії на генерацію електронно– діркової пари. Такий процес показано схематично на рис.14. "Гарячий" електрон 1 переходить на більш низький енергетичний рівень у с-зоні, як показано стрілкою. Його енергія затрачується для генерації електрона 2 і дірки 3.

Для накачування лазерів використовуються електрони з енергією E=10 – 200кеВ. При енергії E<10кеВ електрони проникають у напівпровідник на недостатню глибину, і генеровані електронно–діркові пари рекомбінують, в основному, на поверхні кристала без генерації фотонів. При енергії E>200кеВ електрони можуть вибивати атоми із вузлів кристалічної гратки, що веде до генерації дефектів у кристалі.

Енергія одного прискореного електрона у електронному пучці достатня для генерації багатьох електронно–діркових пар. Наприклад, при збудженні лазера на основі сульфіду кадмію (CdS), ширина забороненої зони якого  $E_g = 2,4eB$ , пучком електронів з енергією E=100кеB відношення  $E/E_g \approx 4 \cdot 10^4$ . Це означає, що один прискорений електрон може генерувати у напівпровіднику понад 10<sup>4</sup> електронно–діркових пар. На початку цього процесу генеровані електрони і дірки мають велику надлишкову енергію і, в свою чергу, генерують нові електронно-діркові пари, як показано на рис.15.

Кількість генерованих електронів і дірок зростає, як лавина. І такий процес дістав назву **лавинного помноження** електронів і дірок. Лавинне помноження продовжується доти, поки народжені електрони і дірки мають енергію, достатню для подальшої генерації електронів і дірок.



Рис. 15

#### 6.5.1. Порогова енергія ударної іонізації

Пороговою енергією ударної іонізації (чи просто енергією іонізації) електрона у даному напівпровіднику називають мінімальне значення енергії (що відраховується від дна с-зони E<sub>c</sub>), яку повинен мати електрон, щоб генерувати електронно–діркову пару. Аналогічно визначається порогова енергія іонізації дірки.

Процес ударної іонізації можна зобразити як "реакцію"

$$\vec{e} \to 2e + h \,, \tag{56}$$

що відповідає "непружному зіткненню" електрона з електронно-дірковою парою. При ударній іонізації виконуються закони збереження енергії та

**імпульсу**. Енергія електрона, що затрачується на генерацію електроннодіркової пари, буде мінімальною у тому випадку, коли удар буде абсолютно непружним, тобто швидкості всіх частинок після акту ударної іонізації будуть однакові. У цьому випадку закон збереження енергії має вигляд

$$\frac{m_n v_0^2}{2} = \frac{\left(2m_n + m_p\right)v^2}{2} + E_g \tag{57}$$

і закон збереження імпульсу

$$m_n v_0 = \left(2m_n + m_p\right) v, \qquad (58)$$

де  $m_n$ ,  $m_p$  – ефективні маси електрона і дірки, відповідно;  $v_0$  – швидкість первинного електрона; v – швидкість двох електронів і дірки після акту ударної іонізації;  $E_g$  – ширина забороненої зони напівпровідника.

У рівнянні (57) величина  $E_g$  відіграє роль внутрішньої енергії електронно–діркової пари. Таким чином , у відповідності до (57), "кінетична енергія" первинного електрона

$$E_{ni} = \frac{m_n v_0^2}{2}$$
(59)

частково затрачується на збільшення внутрішньої енергії електронно-діркової пари (на генерацію пари), а частково розподіляється між трьома квазічастинками.

Рішення системи рівнянь (57) і (58) за врахуванням (59) дає

$$E_{ni} = \frac{2m_n + m_p}{m_n + m_p} E_g.$$
 (60)

Оскільки рівняння (57) і (58) відповідають абсолютно непружному зіткненню електрона з електронно–дірковою парою, то вираз (60) дає **мінімальну** енергію електрона, здатного до ударної іонізації, тобто  $E_{ni}$  – порогова енергія іонізації електрона. Якщо первиною "гарячою" частинкою буде не електрон, а дірка, то закони збереження енергії та імпульсу одержимо із (57) і (58) взаємною заміною  $m_n$  і  $m_p$ . Тоді отримаємо **порогову енергію іонізації дірки** 



$$E_{pi} \approx 2E_g. \tag{63}$$

для порогової е Рис.16. нізації дірки. Враховуючи вирази (62) і (63) для порогових енергій іонізації електрона і дірки, можна сказати, що після попадання прискореного електрона в кристал процес лавинного помноження електронів і дірок закінчиться, коли енергії останніх з народжених електронів і дірок будуть менші від  $E_g$  і  $2E_g$ , відповідно. Це зображено на рис.16.

Після закінчення лавинного помноження енергія генерованих електронів і дірок знаходиться у відповідних заштрихованих областях с- та v-зон. Ці квазічастинки вже не можуть генерувати електронно–діркові пари, але мають велику надлишкову енергію. Цю надлишкову енергію електрони і дірки віддають кристалічній гратці. Надлишкова енергія електрона (чи дірки) передається фононам (квантам механічних коливань кристалічної гратки), тобто відбувається нагрівання кристала. Розрахунки показують, що у лавинному процесі тільки приблизно 1/3 частина енергії прискореного електрона затрачується на генерацію електронно–діркових пар, а 2/3 йде на нагрівання кристала. Коефіцієнт корисної дії процесу генерації електронно–діркових пар за

рахунок пучка прискорених електронів дорівнює приблизно 30%, в той час як в інжекційних лазерах цей коефіцієнт може наближатися до 100%.

За конструкцією лазери з накачуванням електронним пучком можна поділити на лазери з поперечним та повздовжнім накачуванням. У лазерах з

a)

б)







поперечним накачуванням промінь оптичний перпендикулярний ДО електронного променя, a В повздовжнім лазерах 3 накачуванням цi промені паралельні один до одного.

6.5.2. Лазери з поперечним накачуванням

Розглянемо лазери з поперечним накачуванням. На рис.17а стрілками показано

напрям руху прискорених електронів ( $\vec{e}$ ), що падають на напівпровідникову пластинку  $\Pi$ .

Електрони проникають всередину пластинки на деяку глибину h (яка залежить від енергії електронів). За рахунок ударної іонізації у заштрихованій області створюються великі концентрації нерівноважних електронів і дірок. На рис.176 показано вигляд збоку опромінюваної електронами напівпровідникової пластинки. У заштрихованій області створено інверсну населеність, необхідну для квантового підсилення світла. Як видно із рис.176, бажано, щоб переріз електронного пучка був у вигляді смужки. Тоді електронно–діркові пари будуть генеруватися ударною іонізацією по всій ширині пластинки W. Якщо використовується електронний пучок з круглим перерізом, то у частині

заштрихованої на рис.176 смужки інверсна населеність досягається не ударною іонізацією, а за рахунок поглинання фотонів, що генеруються в місці кристала, що опромінюється електронами.

Дзеркалами резонатора служать бокові грані пластинки, і світлові промені виходять із цих граней, як показано штриховими стрілками на рис.176.

Лазери з поперечним накачуванням можуть працювати при невеликій енергії електронів у пучку (кілька десятків кеВ). Довжина резонатора *L* дорівнює ширині пластинки *W*. Такі лазери широко використовуються в наукових дослідженнях.

#### 6.5.3. Лазери з повздовжнім накачуванням

Ha рис.18 будова схематично показана лазера 3 повздовжнім накачуванням. Тонкий шар напівпровідника 1 товщиною  $d_1$  (до кількох десятків мкм) знаходиться на підкладці 2 (товщиною d<sub>2</sub>) із прозорого діелектрика з високою теплопровідністю (наприклад, із сапфіру). Пучок прискорених електронів  $\vec{e}$  круглого перерізу падає на поверхню напівпровідникового шару, як показано стрілками. Товщина напівпровідникового шару *d*<sub>1</sub> повинна бути достатньо малою, а енергія прискорених електронів Е – достатньо великою (понад 50кеВ), щоб електрони проникали на всю товщину напівпровідника. Якщо не виконується дана умова, частина шару, куди не доходять електрони, буде не підсилювати, а поглинати світло. За рахунок ударної іонізації створюється інверсна населеність у заштрихованій області напівпровідника. На верхню поверхню напівпровідника і нижню поверхню підкладки наносяться відбивальні покриття, що утворюють дзеркала резонатора Фабрі – Перо, довжина якого складає L. Генеровані фотони виходять через прозору підкладку, як показано штриховими стрілками.

В лазерах з повздовжнім накачуванням можна сканувати положення плями, в якій відбувається лазерна генерація. Тому такі лазери



Рис.18

використовуються В проекційного системах телебачення. Схема будови проекційного телевізора рис.19. показана на Електронна гармата, ЩО включає розжарюваний катод PK, управляючий електрод УЕ і анод А, генерує пучок прискорених електронів, який 3a

допомогою магнітної лінзи МЛ фокусується в пляму діаметром ~5мкм на напівпровіднику НП. Напівпровідникова пластинка приклеєна до сапфірової підкладки П, яка змонтована на системі охолодження СО, заповненій рідким азотом. На напівпровідникову пластинку нанесені багатошарові діелектричні дзеркала, що створюють резонатор. На модулятор М (що змінює яскравість випромінювання за рахунок зміни потоку електронів) та на відхиляючу систему ВС (що змінює просторове положення електронного променя) подаються відповідно підсилені телевізійні сигнали.

У заданому телевізійним сигналом місці напівпровідникової пластинки НП генерується лазерне випромінювання відповідної інтенсивності. За допомогою



## Рис.19.

конденсора К на екрані Е формується телевізійне зображення. Для отримання кольорового зображення використовують три аналогічні системи з різними напівпровідниками, які дають випромінювання у різних ділянках спектру.

# 7. НЕЛІНІЙНІ ОПТИЧНІ ЯВИЩА

Лінійна оптика вважає оптичні параметри середовища незалежними від інтенсивності світла. Це такі оптичні параметри: а) показник заломлення  $n = \frac{c}{v_c}$ , де c – швидкість світла у вакуумі, а  $v_c$  – швидкість світла у даному середовищі; б) коефіцієнт поглинання  $\alpha$ .

Для вектора електричної індукції можна записати

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}, \qquad (1)$$

де  $\varepsilon_0$  – електрична стала;  $\varepsilon$  – діелектрична проникність речовини;  $\vec{E}$  – напруженість поля;  $\vec{P}$  – вектор поляризованості. Випадок *n=const* при рішенні рівнянь Максвела в лінійному наближенні відповідає лінійному зв'язку між вектором поляризованості та напруженістю поля:

$$\vec{P} = \varepsilon_{0} \chi \vec{E} , \qquad (2)$$

де  $\chi$  – коефіцієнт поляризованості, незалежний від інтенсивності світла. Якщо середовище має електропровідність  $\sigma$ , то в цьому середовищі електричне поле буде викликати струм густиною

$$\vec{j} = \sigma \vec{E} , \qquad (3)$$

і буде відбуватися поглинання електромагнітних хвиль. Коефіцієнт поглинання вільними носіями заряду визначається формулою

$$\alpha = \frac{\sigma_r}{\varepsilon_0 cn},\tag{3a}$$

де  $\sigma_r$  – дійсна частина електропровідності при даній частоті електромагнітної хвилі; n – показник заломлення даного середовища. Щоб коефіцієнт поглинання  $\alpha$  не залежав від інтенсивності світла, треба, щоб електропровідність  $\sigma$  була сталою.

В нелінійній оптиці враховується залежність оптичних параметрів від інтенсивності світла. Перш за все, враховується нелінійність зв'язку між

вектором поляризованості та напруженістю поля. Для спрощення запишемо залежність  $\vec{P}(\vec{E})$  в скалярній формі:

$$P = \varepsilon_0 \Big( \chi_1 E^1 + \chi_2 E^2 + \chi_3 E^3 + \dots \Big).$$
(4)

Якщо комірка кристалічній гратки має центр інверсії, то при зміні знаку  $\vec{E}$  змінюється і знак  $\vec{P}$  при незмінності абсолютної величини:

$$P(-E) = -P(E) .$$
<sup>(5)</sup>

У рівнянні (4) другий член не змінюється при зміні знаку вектора  $\vec{E}$ . Тому в таких кристалах лише непарні коефіцієнти в рівнянні (4) відрізняються від нуля. У кристалах з центром інверсії нелінійність проявляється лише в 3-му члені (що має 3-й порядок малості відносно  $\vec{E}$ ), і нелінійність спостерігається лише при дуже високих інтенсивностях світла.

В кристалах **без центра інверсії** величина  $\chi_2$  відмінна від нуля. В таких кристалах нелінійність може спостерігатися при набагато слабкіших полях, ніж у кристалах з центром інверсії, і такі кристали називаються нелінійними. Найбільш широко в нелінійній оптиці використовуються кристали ніобату літію *LiNbO<sub>3</sub>*, танталату літію *LiTaO<sub>3</sub>*, дигідрофосфату калію (*KDP*) – *KH*<sub>2</sub>*PO*<sub>4</sub>, дигідрофосфату амонію (*ADP*) – *NH*<sub>3</sub>*H*<sub>2</sub>*PO*<sub>4</sub>.

# 7.1. Механізми оптичного ангармонізму

У гармонічному випадку рівняння Максвела є лінійними, тобто вектор поляризованості пропорціональний до вектора  $\vec{E}$ .

7.1.1.<u>Ангармонізм вільного електрона.</u> Коли маємо тільки вільні електрони, тобто плазму, то оптичні характеристики плазми будуть лінійними. При русі електронів у лінійному випадку вважають, що на електрон  $\vec{e}$  діє лише електричне поле, а магнітне не діє. Сила Лоренца при цьому буде дорівнювати  $\vec{F}_o = e\vec{V} \times \vec{B}$ . Якщо електрон рухається з малою швидкістю, то сила Лоренца теж мала. Для того, щоб ця сила була того ж порядку величини, що і сила, з якою
діє електричне поле, швидкість електрона повинна бути великою. Тому при малих швидкостях електрона дією магнітного поля можна знехтувати. При високих інтенсивностях світла електрони прискорюються, і сила Лоренца зростає, причому її напрям буде перпендикулярним до напряму руху електрона, тобто електрон буде рухатися не вздовж одного напрямку, і його траєкторія викривлюється. Це й веде до нелінійності.

7.1.2. <u>Тиск світла</u>. При поглинанні фотонів атоми отримують імпульс, направлений вздовж променя, а потім випромінюють фотони в різних напрямках. В стоячій хвилі (яка є суперпозицією двох хвиль, що поширюються в протилежних напрямках) на атоми діє сила тиску, направлена до вузлів стоячої хвилі. Це веде до того, що атоми збираються у вузлах стоячої хвилі,



Рис.1.

тобто середовище стає оптично неоднорідним.

7.1.3. <u>Стрикційний ангармонізм</u>. Явище електрострикції полягає в тому, що в електричному полі змінюється форма твердого тіла (кристалу). Те ж може сказати і про магнітострикцію кристалу в магнітному полі. Ці ефекти приводять до збільшення густини речовини в пучностях поля.

7.1.4. <u>Антармонізм молекул і атомів</u>. Якщо молекула складається з двох атомів, то залежність її потенціальної енергії U від відстані між центрами атомів має вигляд, представлений суцільною кривою на рис.1. Для гармонічного осцилятора ця крива повинна бути параболою (що відповідає штриховій лінії). Залежність U(x) суттєво відхиляється від параболічної при високих амплітудах зміщення атомів, що спричиняє нелінійність коливань молекул.

7.1.5. <u>Раманівський ангармонізм</u>. Такий ангармонізм є причиною комбінаційного розсіювання. Це явище пов'язане з тим, що електричне поле електромагнітної хвилі одночасно діє на електрони і на іонні залишки (іони), тобто на легку і на важку підсистеми в молекулі. При цьому відбуваються

змушені коливання легкої і важкої підсистем, які пов'язані між собою. За рахунок цього може змінюватися енергія фотонів при розсіюванні.

7.1.6. Температурний ангармонізм. При проходженні (та частковому поглинанні) електромагнітних ХВИЛЬ відбувається  $\Delta E$ нагрівання оптичного 3 середовища. ростом інтенсивності світла підвищується температура Рис.2. середовища, а значить і змінюються оптичні параметри, які залежать від температури. При цьому в стоячих хвилях температура може залежати від координати (в

пучностях температура вища, ніж у вузлах). Це зумовлює оптичну неоднорідність середовища.

7.1.7. <u>Електрокалоричний ангармонізм.</u> Електрокалоричний ангармонізм пов'язаний з ефектом Штарка. Нехай середовище має два енергетичних рівні  $E_1$ та  $E_2$ . Тоді в рівноважному випадку для заселеності вказаних рівнів можна записати співвідношення

$$\frac{N_2^0}{N_1^0} = \frac{g_2}{g_1} e^{-\frac{E_2 - E_1}{kT}},\tag{6}$$

де g<sub>1</sub> і g<sub>2</sub> – кратності виродження даних рівнів.

При високих інтенсивностях світла напруженість електричного поля є достатньо високою, щоб змінити відстань між рівнями  $\Delta E = E_2 - E_1$  за рахунок ефекту Штарка. При цьому рівноважна населеність рівнів стає нерівноважною при цій же температурі.

7.1.8. <u>Орієнтаційний ангармонізм (ефект Керра).</u> На молекули, які мають дипольний момент, в потужному електричному полі світлової хвилі діє орієнтуюча сила. При орієнтації молекул виникає подвійне оптичне заломлення, і показник заломлення буде залежати від напрямку і величини електричного поля світлової хвилі.

Існують ще інші механізми оптичного ангармонізму.

### 7.2. Параметричні нелінійні явища

В параметричних нелінійних явищах енергія та імпульс фотонів не передаються речовині, тобто енергія речовини не змінюється. Нелінійне поляризоване середовище лише створює умови для взаємодії фотонів.

7.2.1. Класичний розгляд параметричних нелінійних явищ

Розглянемо основні параметричні явища на прикладі взаємодії двох плоских монохроматичних хвиль, що поширюються вздовж осі *х* в нелінійному середовищі. Напруженості електричного поля для цих хвиль визначаються формулами

$$E_{1} = E_{10} \exp[i(\omega_{1}t - k_{1}x)], \qquad (1)$$

$$E_2 = E_{20} \exp[i(\omega_2 t - k_2 x)].$$
 (2)

Нехай речовина має квадратичну не лінійність, тобто вектор політизованості можна представити сумою лінійного та квадратичного членів

$$P = P_{\mu} + P_{\kappa}, \tag{3}$$

де лінійний член  $P_n$  змінюється з частотою  $\omega$  та його просторовий розподіл виражається вектором k. Ці величини такі ж, як і у хвилі, яка падає на кристал. Квадратичний член має вигляд

$$P_{\kappa} = \varepsilon_0 \chi_2 E^2 \neq 0. \tag{4}$$

Тоді, врахувавши (1) і (2), отримаємо для квадратичного члена

$$P_{\kappa} = \varepsilon_0 \chi_2 (E_1 + E_2)^2 = \varepsilon_0 \chi_2 (E_1^2 + E_2^2 + 2E_1 E_2).$$
(5)

Скористаємося формулами

$$\cos^2 \alpha = \frac{1}{2} (1 + \cos 2\alpha); \tag{6}$$

$$\cos\alpha\cos\beta = \frac{1}{2}[\cos(\alpha+\beta) + \cos(\alpha-\beta)]. \tag{7}$$

Тоді квадратична компонента вектора поляризованості буде мати кілька складових. З них гармонічні складові:

$$P(2\omega_1) = \frac{1}{2}\varepsilon_0 \chi_2 E_{10}^2 \cos(2\omega_1 t - 2k_1 x);$$
(8)

$$P(2\omega_2) = \frac{1}{2}\varepsilon_0 \chi_2 E_{20}^2 \cos(2\omega_2 t - 2k_2 x);$$
(9)

$$P(\omega_1 + \omega_2) = \varepsilon_0 \chi_2 E_{10} E_{20} \cos[(\omega_1 + \omega_2)t - (k_1 + k_2)x];$$
(10)

$$P(\omega_1 - \omega_2) = \varepsilon_0 \chi_2 E_{10} E_{20} \cos[(\omega_1 - \omega_2)t - (k_1 - k_2)x].$$
(11)

Крім гармонічних складових виникає ще стала компонента поляризованості

$$P(0) = \frac{1}{2}\varepsilon_0 \chi_2 (E_{10}^2 + E_{20}^2).$$
<sup>(12)</sup>

Згадаємо, що вектор поляризованості визначає дипольний момент, розрахований на одиницю об'єму речовини. Наявність складових вектора поляризованості (8) – (11) означає, що в середовищі поширюються хвилі поляризаії з частотами  $2\omega_1$ ,  $2\omega_2$ ,  $\omega_1 + \omega_2$  та  $|\omega_1 - \omega_2|$ . Якщо розглянути малий об'єм кристалу, то ця кристалічна комірка буде мати дипольний момент, який змінюється за таким же законом. Гармонічні коливання даного дипольного моменту з деякою частотою ведуть до генерації електромагнітних хвиль на цій же частоті. Це означає, що в результаті взаємодії двох електромагнітних хвиль в нелінійному середовищі будуть генеруватися електромагнітні хвилі з частотами  $2\omega_1$ ,  $2\omega_2$ ,  $\omega_1 + \omega_2$  та  $|\omega_1 - \omega_2|$ . Генерація хвиль з частотами  $2\omega_1$  і  $2\omega_2$  називається подвоєнням частоти. Очевидно, подвоєння частоти однієї електромагнітної хвилі, тобто генерація хвилі з частотою  $2\omega_1$  може відбуватися і при відсутності хвилі з частотою  $\omega_2$ . Генерація хвиль з частотами  $\omega_1 + \omega_2$  та  $|\omega_1 - \omega_2|$  називається, відповідно, додаванням та відніманням частот.

З формули (12) випливає, що в нелінійному середовищі при поширенні електромагнітної хвилі генерується стала (не залежна від часу) поляризація, а

значить, і постійне електричне поле. Це явище називається оптичним детектуванням.

### 7.2.2. Параметричні багатофотонні процеси

Параметричні багатофотонні процеси можна розглядати як результат взаємодії квантів електромагнітного поля – фотонів.

a) генерація другої гармоніки. Поглинання двох фотонів переводить систему до віртуального (нестаціонарного) стану з більшою енергією, в якому вона може жити дуже короткий час, після чого випромінює фотон з подвійною енергією (рис.3);



б) Складання частот (рис.4). Поглинання двох фотонів з різними значеннями енергії таким же шляхом веде до випромінювання фотона з енергією  $\hbar(\omega_1 + \omega_2)$ ;

в) параметричне розсіювання (рис.5). При поглинання одного фотона випромінюються два фотона з різними енергіями.



г) віднімання частот (рис.6). При поглинанні одного фотона з енергією  $\hbar\omega_1$  середовище переходить у збуджений віртуальний стан. Далі, під дією іншого падаючого фотона з енергією  $\hbar\omega_2$  випромінюються два фотона з різними енергіями:  $\hbar\omega_2$ , і  $\hbar(\omega_1 - \omega_2)$ , сума яких дорівнює енергії падаючого фотона.

При параметричних нелінійних процесах виконуються закони збереження енергії та імпульсу фотонів, які беруть участь у цих процесах (речовина лише створює умови для взаємодії фотонів). Закон збереження енергії запишемо у вигляді

$$\sum_{i} \hbar \omega_{i}^{0} = \sum_{j} \hbar \omega_{j} , \qquad (13)$$

де ліва та права частина рівняння – енергії фотонів до взаємодії та після взаємодії, відповідно.

Закон збереження імпульсу буде мати вигляд

$$\sum_{i} \vec{k}_i^0 = \sum_{j} \vec{k}_j , \qquad (14)$$

де ліва та права частини рівняння – імпульси фотонів до взаємодії та після взаємодії, відповідно.

## 7.3. Приклад непараметричного нелінійного явища:

#### подвоєння частоти

Нехай на нелінійний кристал падає монохроматична хвиля, яка поширюється вздовж осі *х* 

$$E = E_0 \exp[i(\omega t - kx)].$$
<sup>(7)</sup>

В нелінійному кристалі немає центру інверсії, тому квадратичний член не дорівнює нулю, і ми одержимо

$$P = \varepsilon_0 \Big( \chi_1 E + \chi_2 E^2 \Big). \tag{8}$$

Вектор поляризованості – це дипольний момент одиниці об'єму. Якщо розглянути малий об'єм кристалу, то ця кристалічна комірка буде мати дипольний момент, який змінюється за таким же законом

$$P = \varepsilon_0 \left\{ \chi E_0 \exp[i(\omega t - kx)] + \chi_2 E^2 \exp[i(2\omega t - 2kx)] \right\}.$$
(9)

Коливання дипольного моменту має дві компоненти: перша змінюється з частотою  $\omega$  та просторовий розподіл поля виражається вектором k. Ці величини такі ж, як і у хвилі, яка падає на кристал. Друга компонента характеризується частотою  $2\omega$  і хвильовим вектором 2k. Відомо, що електромагнітні хвилі, які поширюються в кристалі, викликають коливання дипольного моменту, яке теж являється джерелом електромагнітних хвиль. В кристалі, крім хвилі з частотою  $\omega$ , буде генеруватися і поширюватися хвиля з подвоєною частотою  $2\omega$ . Такий генератор називається параметричним генератором другої гармоніки.

### 7.4. Умова фазового синхронізму

Розглянемо цю умову для випадку подвоєння частоти. Закон збереження енергії можна записати у вигляді, вважаючи, що  $\omega^{\kappa} = 2\omega^{n}$ та  $2h\omega = h(2\omega)$ . Для хвильового вектора будемо мати  $2k^{n} = k^{\kappa}$ . Початкова швидкість світла в кристалі дорівнює

$$U_n = \frac{c}{n_n} = \frac{\omega}{k_n},$$
а кінцева $U_\kappa = \frac{c}{n_\kappa} = \frac{\omega}{k_n} = \frac{c}{n_m}$ 

Це означає, що для того, щоб відбулося параметричне подвоєння частоти в стаціонарному випадку ( при незмінній амплітуді) необхідно, щоб показники заломлення для початкової і кінцевої хвилі були однакові. Початкова хвиля поширюється у кристалі зі швидкістю  $\frac{c}{n_n}$ , тобто ця хвиля збуджує в кристалі коливання вектору поляризованості з частотою  $\omega$  і  $2\omega$ , тому можна вважати, що в кристалі поширюється хвиля поляризованості з частотою  $\omega$  і хвилі поширюються зі швидкістю  $\frac{c}{n_n}$ . Генерована  $2\omega$ . але обидві електромагнітна хвиля з подвоєною частотою поширюється з іншою швидкістю  $\frac{c}{n_{\nu}}$ . Як правило, в області нормальної дисперсії показник заломлення зростає з ростом частоти. Якщо не створювати спеціальних умов, то електромагнітна хвиля з подвоєною частотою відстає в своєму поширенні від хвилі поляризованості подвоєної частоти і на якійсь відстані їх фази можуть бути протилежними, тобто ця електромагнітна хвиля з подвоєною частотою буде гаситися і тоді  $L_{2\omega}$  буде періодично залежати від відстані, яку пройшла хвиля, за синусоїдальним законом.

Пластина повернута так, щоб інтенсивність світла відповідала максимуму. Довжина когерентності для подвоєння частоти – це відстань, на якій різниця фаз між хвилею поляризації на частоті  $2\omega$  та електромагнітною хвилею на цій же частоті досягає  $\pi / 2$ , тобто

$$k(2\omega)x - 2k(\omega)x = \pi / 2.$$
<sup>(10)</sup>



Умова фазового синхронізму може бути виконана, якщо пластину з нелінійного кристалу вирізати в певному напрямі. Розглянемо показник заломлення в одноосному від'ємному кристалі (показник заломлення в таких кристалах звичайний і

Рис.7

в цьому випадку буде спостерігатися коло, а для незвичайних – еліпсоїд (рис.7). Якщо маємо подвоєну частоту, показник заломлення буде більшим та перетинати коло в точці  $n_{\mu}^{2\omega}$ . Коли напрямок променю є до точки перетину, то, якщо вихідний початковий промінь має поляризацію звичайного променя, а генероване – незвичайного, швидкості двох променів будуть однакові, тобто буде виконуватися умова фазового синхронізму.

В кристалах КDP товщиною *d*=1см, вирізаного таким чином, можна досягти коефіцієнту корисної дії випромінювання до 20%.

### 7.5. Непараметричні багатофотонні процеси

При непараметричних процесах робоча речовина змінює свою енергію, тобто переходить на інші стаціонарні енергетичні рівні. Очевидно, при непараметричних процесах в законах збереження енергії та імпульсу треба враховувати ці величини не тільки для фотонів, але і для речовини. Процеси у квантовій електроніці, які ведуть до генерації фотонів при переходах між енергетичними рівнями – це непараметричні процеси.

### 7.5.1. Двохфотонне поглинання.

Нехай активне середовище має два рівні 1 та 2. Тоді можливе двохфотонне поглинання, причому у найпростішому випадку будемо вважати, що  $\omega_1 = \omega_2$ . Таке поглинання називається нерезонансним. При нерезонансному



поглинанні активне середовище не має стаціонарного рівня, який би знаходився на відстані  $h\omega_1$  від нижнього робочого рівня. Під дією фотона відбувається перехід до

Рис.8.

віртуального стану з енергією  $E_1 = h\omega_1$  та після поглинання другого фотону – перехід до стаціонарного стану з енергією  $E_2$ . Ймовірність такого переходу пропорційна до квадрату потоку фотонів  $W_{12} \sim L^2$  ( $W_{12} \sim L_1 \cdot L_2$  при  $\omega_1 \neq \omega_2$ ). Можливе і резонансне (каскадне) поглинання. При ньому існує стаціонарний стан речовини з енергією  $E_3$ , яка дорівнює  $E_1 + h\omega_1$ . Час життя віртуальних рівнів складає  $\sim 10^{-13} - 10^{-14}$  сек., а час життя стаціонарних збуджених станів в залежності від речовини може складати  $\sim 10^{-3} - 10^{-9}$  сек., тобто ефективність резонансних процесів поглинання при низьких інтенсивностях випромінювання набагато вища, ніж нерезонансних.



Рис.9.

Зворотний процес – це двохфотонне випромінювання, яке може бути резонансним та нерезонансним. У резонансному випадку маємо 3-рівневу систему, яка використовується у лазерах, і ми їх розглядали у відповідних розділах квантової електроніки. У нерезонансному випадку може бути спонтанне двохфотонне випромінювання. Можливі стимульовано-спонтанне випромінювання та стимульовано-стимульоване випромінювання.

7.5.2 Комбінаційне розсіювання світла

При комбінаційному розсіюванні світла з енергією фотонів  $\hbar \omega_0$  генерується випромінювання з енергіями фотонів

$$\hbar\omega_i = \hbar\omega_0 \pm v_i \Delta E , \qquad (11)$$

де  $v_i = 1, 2, 3...$  В спектрі розсіяного випромінювання, крім інтенсивної лінії з енергією фотонів  $\hbar \omega_0$  виникають додаткові лінії набагато меншої інтенсивності – так звані супутники з енергіями фотонів, що визначаються формулою (11). Знаку "–"відповідають стоксові супутники, а "+" – антистоксові. Комбінаційне розсіювання спостерігається при проходженні світла в газах, рідинах і кристалах.

Зміну енергії при розсіювання фотонів можна пояснити взаємодією фотонів з коливальними або обертальними станами молекул, або з оптичними фононами кристалів. На енергетичній діаграмі, рис. 10 показано два сусідні коливальні рівні молекули E<sub>1</sub> і E<sub>2</sub>, між якими відстань

$$\Delta E = E_2 - E_1. \tag{12}$$

На рис 10*a* фотон з енергією  $\hbar \omega_0$  при поглинанні переводить молекулу в збуджений віртуальний (нестаціонарний) стан. В даному стані молекула знаходиться дуже короткий час  $\Delta t$ , що визначається співвідношенням невизначеності

$$\hbar\omega_0 \Delta t \approx h, \tag{13}$$

тобто  $\Delta t = T$ , де T – період коливань електромагнітної хвилі. Далі молекула



### Рис.10.

спонтанно переходить на стаціонарний стан з випромінюванням фотона. При енергією стрілкою. переході стан E1, як показано штриховою В 3 фотон з енергією  $\hbar\omega_0$ , тобто відбувається "звичайне" випромінюється розсіювання світла без зміни енергії фотона. Такий процес найбільш ймовірний. Але може відбутися перехід в стан Е2, показаний суцільною стрілкою. В цьому випадку розсіяний фотон має енергію  $\hbar \omega_1 = \hbar \omega_0 - \Delta E$ , характерну для стоксової Ha 10б компоненти. рис показано. генерується як антистоксове випромінювання. Молекула, що знаходиться в збудженому коливальному стані з енергією Е2, поглинає фотон і переходить у збуджений віртуальний стан. Якщо при наступному випромінюванні фотона відбувається перехід в стан з енергією Е<sub>1</sub>, як показано суцільною стрілкою, то енергія розсіяного фотона буде  $\hbar\omega_2 = \hbar\omega_0 + \Delta E$ .

У рівноважному стані при температурі T між населеностями (не вироджених) рівнів  $E_1$  та  $E_2$  справедливе співвідношення

$$N_2 / N_1 = \exp\left(-\frac{E_2 - E_1}{kT}\right),$$
 (14)

Це означає, що молекул у збудженому стані з енергією  $E_2$ , потрібних для антисоксового розсіювання, менше, ніж у стані з енергією  $E_1$ . Тому антистоксова компонента має меншу інтенсивність  $\Phi_{AC}$ , ніж інтенсивність стоксової компоненти  $\Phi_C$ :

$$\Phi_{AC} / \Phi_C = \exp\left(-\frac{E_2 - E_1}{kT}\right).$$
<sup>(15)</sup>

При підвищенні температури інтенсивність антистоксових супутників у спектрі комбінаційного розсіювання зростає у відповідності з формулою (15).

Комбінаційне розсіювання широко використовується для дослідження спектрів власних коливань молекул і кристалів. При цьому значення енергій ΔЕ<sub>i</sub> для різних коливальних мод, отримані зі спектрів комбінаційного розсіювання, звичайно збігаються зі значеннями  $\Delta E_i$ , отриманими зі спектрів поглинання в інфрачервоній області. Але деякі значення  $\Delta E_i$ , отримані з комбінаційного розсіювання, не проявляються в спектрах поглинання і навпаки. Ця невідповідність пояснюється так: для комбінаційного розсіювання світла необхідно, щоб при коливаннях молекули змінювалась "жорсткість" зв'язку електрона в молекулі, тобто змінювався коефіцієнт поляризованості  $\chi$ . При цьому дипольний момент молекули може не змінюватися. А для інфрачервоного поглинання, пов'язаного з переходами між коливальними станами, необхідно, щоб при відповідних коливаннях змінювався дипольний момент молекули.

При розсіюванні когерентного лазерного випромінювання може спостерігатися вимушене комбінаційне розсіювання, і можна створювати лазери на вимушеному комбінаційному розсіюванні.

# 7.5.3. Класичний розгляд комбінаційного розсіювання світла

Класичний розгляд комбінаційного розсіювання світла враховує, що при коливаннях молекули періодично змінюється "жорсткість" зв'язку електрона в молекулі. При відхиленні *r* центра електронної хмаринки від рівноважного положення <u>відносно атома</u> на електрон діє вертаючи сила

$$F_{g} = -kr \,, \tag{16}$$

де коефіцієнт жорсткості *k* залежить від конфігураційної координати *R*, яка описує відхилення атома (атомів) від рівноважного положення у молекулі

$$k = k_0 - aR \,, \tag{17}$$

де *a* =*const*; при цьому

$$aR \ll k_0. \tag{18}$$

Атом здійснює гармонічні коливання, тобто

$$R = R_0 \cos(\omega_a t), \tag{19}$$

де  $\omega_a$  – частота власних коливань молекули у даній моді.

Нехай на молекулу падає електромагнітне поле з електричним вектором

$$E = E_0 \cos(\omega t), \qquad (20)$$

причому

$$\omega \gg \omega_a. \tag{21}$$

Для електрона можна записати другий закон Ньютона

$$m\frac{d^2r}{dt^2} = -kr - eE_0\cos(\omega t).$$
<sup>(22)</sup>

Враховуючи сильну нерівність (21), при розв'язанні рівняння (22) величину *R* можна вважати параметром. Тоді, підставивши в (22) рішення

$$r = r_0 \cos(\omega t), \tag{23}$$

ми отримаємо характеристичне рівняння

$$m\omega^2 r_0 = kr_0 + eE_0, \qquad (24)$$

звідки, враховуючи (17), отримаємо

$$r_0 = \frac{eE_0}{m\omega^2 - k_0 + aR},\tag{24}$$

і, врахувавши сильну нерівність (18), маємо

$$r_0 \approx \frac{eE_0}{m\omega^2 - k_0} \left( 1 - \frac{a}{m\omega^2 - k_0} R \right).$$
<sup>(24)</sup>

Тепер, використавши (23) і (19), з (24) одержимо

$$r = \frac{eE_0}{m\omega^2 - k_0}\cos(\omega t) + \frac{eE_0a}{(m\omega^2 - k_0)^2}R_0\cos(\omega t)\cos(\omega_a t).$$
<sup>(25)</sup>

Врахувавши тотожність

$$\cos\alpha\cos\beta = \frac{1}{2}[\cos(\alpha+\beta) + \cos(\alpha-\beta)], \qquad (26)$$

отримаємо

$$r = \frac{eE_0}{m\omega^2 - k_0} \cos(\omega t) + \frac{eE_0 a}{2(m\omega^2 - k_0)^2} R_0 \{ \cos[(\omega + \omega_a)t] + \cos[(\omega - \omega_a)t] \}.$$
 (27)

Таким чином, під дією електромагнітної хвилі з частотою коливань  $\omega$  електрон в молекулі здійснює коливання, які можна розкласти на три складові з частотами, відповідно,  $\omega$ ,  $\omega + \omega_a$  і  $\omega - \omega_a$ , де  $\omega_a$  – частота власних коливань молекули.

Дипольний момент одиниці об'єму речовини (поляризованість) можна визначити як

$$P(t) = er(t)N, \qquad (28)$$

де N – концентрація даних молекул. Коливання дипольного моменту на частотах  $\omega$ ,  $\omega + \omega_a$  і  $\omega - \omega_a$  спричиняють генерацію електромагнітних хвиль з цими частотами.

Класична теорія комбінаційного розсіювання світла не пояснює, чому інтенсивність антистоксових супутників суттєво нижча, ніж стоксових. Причиною цього є те, що класичний розгляд справедливий при дуже малих значеннях  $\Delta E$ , тобто при  $\Delta E \ll kT$ . У цьому випадку із (14) отримаємо для населеностей коливальних станів  $N_2 \approx N_1$ , що веде в (15) до  $\Phi_{AC} \approx \Phi_C$ .

## додатки

# Д.1. Формула Планка для теплового випромінювання

Спектральний розподіл густини енергії рівноважного (теплового) випромінювання визначається формулою Планка. Вивести формулу Планка можна, виходячи з того, що спектральна густина енергії фотонів у рівноважних умовах може бути записана як добуток трьох співмножників

$$\rho_{\nu} = h\nu \cdot N_{\nu} \cdot f(h\nu), \qquad (1)$$

де перший співмножник hv враховує енергію одного фотона; другий співмножник  $N_v$  являє собою частотну густину станів фотонів; третій співмножник f(hv)- це функція розподілу фотонів за їх енергією.

Фотони, як частинки з цілим спіном, підкоряються статистиці Бозе-Ейнштейна. Функція розподілу Бозе-Ейнштейна має вигляд

$$f(h\nu) = \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1},$$
<sup>(2)</sup>

де  $\kappa$ - постійна Больцмана; T - температура. Функція розподілу дає значення середнього числа частинок (точніше - математичного сподівання числа частинок), що знаходяться в кожному із станів. У формулі (2) кожному стану відповідає своя енергія фотона hv.

Частотну густину станів  $N_v$  в (1) знайдемо, враховуючи, що у фазовому просторі (6-вимірному просторі, де координатами є x, y, z – просторові координати та  $p_x$ ,  $p_y$ ,  $p_z$  - складові імпульсу системи), одному стану відповідає об'єм  $h^3$ . Це означає, що фазовий простір можна поділити на елементарні комірки об'ємом

$$V_{\Phi}^{0} = \Delta x \Delta y \Delta z \Delta p_{x} \Delta p_{y} \Delta p_{z} = h^{3}.$$
(3)

Тоді одній комірці відповідає, при заданій поляризації, один стан фотона. За врахуванням того, що у стані з заданим імпульсом фотон може мати 2 різні стани поляризації, одній елементарній комірці фазового простору відповідають

2 стани фотонів. У 6-вимірному просторі, де координатами є x, y, z та складові хвильового вектора  $k_x, k_y, k_z$ , елементарній комірці відповідає об'єм

$$V_k^0 = \Delta x \Delta y \Delta z \Delta k_x \Delta k_y \Delta k_z = (2\pi)^3.$$
<sup>(4)</sup>

Формулу (4) можна отримати з (3), враховуючи, що між імпульсом і хвильовим вектором будь-якої частинки має місце співвідношення

$$\vec{p} = \hbar \vec{k}.$$
(5)

Підрахуємо число станів, що знаходяться в інтервалі значень модуля хвильового вектора від k до $k + \Delta k$ , в речовині чи у вакуумі об'ємом

$$V = \Delta x \, \Delta y \Delta z = 1. \tag{6}$$

Для цього в \_\_\_\_\_- просторі виділимо сферичний шар радіуса *k* і малої товщини \_\_\_\_\_, як показано на рис.1.



Рис.1.

Об'єм цього шару складає

$$\Delta V_k = 4\pi k^2 \Delta k \,. \tag{7}$$

Число станів фотонів, що відповідають даному значенню  $\Delta V_k$ , визначається як

$$\Delta N = 2 \frac{\Delta V_k}{V_K^0},\tag{8}$$

де множник 2 враховує два незалежних напрямки поляризації електромагнітних коливань. Враховуючи вирази (4) і (7) для  $V_k^0$  і  $\Delta V_k$ , отримаємо

$$\Delta N = \frac{k^2 \Delta k}{2\pi}.$$
<sup>(9)</sup>

Для отримання виразу для частотної густини станів фотонів скористаємося співвідношенням

$$\frac{2\pi v}{k} = \frac{c}{n},\tag{10}$$

де С-швидкість світла у вакуумі, *п*-показник заломлення речовини.

Підстановка (10) в (9) дасть для числа станів фотонів у одиниці об'єму речовини, які відповідають частотам від v до  $v + \Delta v$ , вираз

$$\Delta N = \frac{8\pi n^3 v^2}{c^3} \Delta v. \tag{11}$$

При  $\Delta v \rightarrow 0$  отримаємо для спектральної (частотної) густини станів фотонів

$$N_{\nu} \equiv \frac{dn}{d\nu} = \frac{8\pi n^{3}\nu^{2}}{c^{3}}.$$
 (12)

Тоді, підставивши у формулу (1) вирази (2) і (12) для f(hv) і  $N_v$ , отримаємо формулу Планка - вираз для спектральної (частотної) густини енергії теплового (рівноважного) випромінювання

$$\rho_{v} = \frac{8\pi hn^{3}}{c^{3}} \frac{v^{3}}{e^{\frac{hv}{kT}} - 1}.$$
(13)

3 формули (13) випливає, що при данній температурі залежність  $\rho_v(v)$  має максимум. Крім того, видно, що  $\rho_v \to \infty$  при  $T \to \infty$ .

### Д.2. ЗАДАЧІ

Задача 1.1. Знайти коефіцієнт Ейнштейна  $B_{12}$  для поглинання електромагнітних хвиль (що відповідає переходу атомів із стану 1 в стан 2) у речовині, якщо відомий спектр поглинання  $\alpha(hv)$  при даній концентрації поглинаючих центрів (атомів) *N*. Врахувати рівність  $\alpha(hv)=\sigma_{12}(hv)N$ , де  $\sigma_{12}$  переріз даного фотопереходу. Знайти також функцію форми спектральної лінії S(v).

Задача 1.2. Нехай для ансамблю частинок з двома стаціонарними енергетичними рівнями ймовірність спонтанного переходу з верхнього рівня на нижній дорівнює A<sub>12</sub>. У момент часу t=0 частинки знаходяться на верхньому рівні. Знайти середній час перебування частинки на верхньому рівні (час життя верхнього стану).

Задача 1.3. Вивести формулу Планка для спектральної густини енергії рівноважного електромагнітного випромінювання, враховуючи, що фотони підкоряються статистиці Бозе–Ейнштейна.

Задача 1.4. У відповідності до моделі Томсона, атом водню складається з "краплини" позитивно зарядженої "рідини" та електрона, який рухається в даній "рідині". Рух електрона в електричному полі електромагнітної хвилі напруженістю  $\mathcal{E}_x = \mathcal{E}_0 e^{i\omega t}$ , відповідно до моделі Лоренца, можна описати рівнянням  $m \frac{d^2 x}{dt^2} = e \mathcal{E}_x - kx - \frac{m}{\tau} \frac{dx}{dt}$ , де другий член справа описує силу кулонівської взаємодії електрона з "краплиною", а третій враховує "тертя" втрати енергії в атомі.

Знайти (з точністю до постійного множника) спектр поглинання атома, тобто частотну залежність відношення енергії, яка поглинається атомом, до густини енергії електромагнітної хвилі. Вважати, що τ >> ω<sub>0</sub>, де ω<sub>0</sub> - власна частота коливань атома. Знайти функцію форми спектральної лінії атома.

Задача 1.5. Частота випромінювання в лінії  $R_1$  рубіна, яка використовується в лазерах,  $v_0 = 4,3 \cdot 10^{14}$  Гц ( $\lambda = 693$  нм). При кімнатній температурі ширина лінії, що має лоренцову форму, складає  $\Delta v = 1,12 \cdot 10^{11}$  Гц. Час релаксації люмінесценції (спонтанного випромінювання) для цієї лінії дорівнює  $\tau = 4$ мс. Показник заломлення рубіну n=1,76.

Знайти: а) переріз стимульованого переходу в центрі цієї лінії;

- б) радіаційну ширину лінії;
- в) коефіцієнти Ейнштейна для переходів, що відповідають цій лінії.

Задача 1.6. Частота електромагнітних хвиль, що випромінюються при інверсному переході I=K=3 молекули аміаку NH<sub>3</sub>, дорівнює  $v_0$ =23870<sup>·</sup>10<sup>6</sup>Гц  $\approx$  24ГГц. Внаслідок ефекту Доплера при кімнатної температурі спектральна лінія має гаусову форму. Знайти ширину  $\Delta v$  спектральної лінії випромінювання (та поглинання) молекул аміаку при температурі 300 К.

Задача 2.1. Нехай  $\omega_q$  - частота аксіальної моди резонатора Фабрі–Перо з необмеженими дзеркалами, що знаходяться на відстані *L*.



Такий резонатор має також поперечні (неаксіальні) моди, для яких хвильовий вектор  $\vec{k}$  складає кути  $\theta_m$  з віссю резонатора, де m=1, 2, 3,... Знайти

величини кутів  $\theta_m$  для неаксіальних мод резонатора, що відповідають одній і тій же частоті  $\omega_q$ . Чисельно оцінити кут  $\theta_1$ , якщо довжина резонатора *L*=10 см, довжина хвилі поздовжньої моди  $\lambda_q = 633$ нм.

Задача 2.2. Виразити дифракційну добротність резонатора Фабрі-Перо через число зон Френеля, видимих на одному круглому дзеркалі з центра другого круглого дзеркала. Оцінити коефіцієнт дифракційних втрат за один прохід *a*<sub>1</sub> і максимально можливе значення добротності резонатора Фабрі-Перо з такими параметрами:

довжина резонатора L=50см;

довжина хвилі  $\lambda = 633$ мкм (гелій-неоновий лазер);

D = 0,8 см (діаметр газової кювети в гелій-неоновому лазері).

Задача 2.3. Напівпровідниковий лазер являє собою кристал AlGaAs кубічної форми з ребром 0,3 мм. Активна область — шар товщиною до 1мкм поблизу площини *p-n* переходу. Показник заломлення AlGaAs складає n=3,6; довжина хвилі випромінювання  $\lambda = 0,8$ мкм.

При якому значенні коефіцієнта поглинання вільними носіями заряду втрати на поглинання в активній області зрівняються з втратами, обумовленими неідеальністю відбивання від дзеркал резонатора. Дзеркалами служать вільні грані кристала.

Задача 2.4. Частота випромінювання в лінії  $R_1$  рубіна  $v_0 = 4,3.10^{14}$  Гц ( $\lambda = 693$  нм). Ширина спектральної лінії  $\Delta v = 1,12.10^{11}$ Гц (при кімнатній температурі). Скільки аксіальних (поздовжніх) мод резонатора уміщується на ширині спектральної лінії  $R_1$ , якщо довжина резонатора L=20 см, показник заломлення рубіну n=1,76. Вважати, що рубіновий стержень займає весь об`єм резонатора.

Задача 3.1. Розрахувати населеність двохрівневої системи при оптичному



накачуванні.  $N_1(t)$ ,  $N_2(t)$ , якщо при t=0  $N_2(0)=0$ ; при t>0 спектральна густина енергії випромінювання, яке використовується для накачування,  $\rho_v$ =const.

Чи можливо одержання інверсної

населеності в 2-рівневій системі при оптичному накачуванні?

Задача 3.2. Плоска монохроматична хвиля поширюється в двохрівневому активному середовищі вздовж осі *ох*. Знайти залежність густини потоку фотонів від координати *х*, якщо L(0)=L<sub>0</sub>. Вважати заданими параметри двохрівневої системи: концентрацію атомів N; фактори виродження рівнів g<sub>1</sub>, g<sub>2</sub>; переріз  $\sigma_{12}$  переходу 1→2; коефіцієнт Ейнштейна A<sub>21</sub> для спонтанного переходу 2->1. Розглянути 3 випадки:

- а) дуже слабкого потоку фотонів;
- б) дуже потужного потоку фотонів;
- в) проміжний випадок.

Задача 3.3. Розрахувати величину інверсної населеності  $\Delta N(t)$  рівнів 2 і 1 3рівневої системи при оптичному накачуванні в підпороговому режимі.



Ймовірності переходів показані на рисунку.

Вважати, що (у ефективній системі)  $A_{32} >> W_{31}$ ,  $A_{31}$ , що веде до

 $N_3 \ll N_1$ ,  $N_2$ , де  $N_1$ ,  $N_2$ ,  $N_3$  – населеності відповідних рівнів. Повна концентрація випромінювальних центрів N.

Знайти порогову умову квантового підсилення світла з енергією фотонів  $hv=E_2-E_1$ , тобто величину  $W_{13}$ , при якій  $\Delta N \ge 0$ . Вважати  $g_1=g_2=1$ . Початкова умова: при t=0;  $N_2=0$ ; при t>0  $\rho_v=const$ .

Задача 3.4. Розрахувати порогову потужність накачки рубіну плоскою монохроматичною світловою хвилею з довжиною хвилі  $\lambda$ =560нм (hv=2,2eB), що відповідає центру однієї із смуг поглинання. Концентрація атомів Cr<sup>3+</sup> N=1,6<sup>-10<sup>19</sup></sup>см<sup>-3</sup>. Коефіцієнт поглинання світла при  $\lambda$ =560нм складає  $\alpha$  = 3 см<sup>-1</sup>. Час релаксації люмінесценції в спектральній лінії R<sub>1</sub>, що використовується для лазерної генерації,  $\tau_{12}$ =3,4<sup>-10<sup>-3</sup></sup>с. Показник заломлення рубіну *n*=1,76.

Задача 4.1. З умови детальної рівноваги між атомами (молекулами) газу і



вільними електронами в газі знайти зв'язок між ймовірностями  $P_{12}$  і  $P_{21}$  зіткнень 1-го і 2-го роду (див. рис.). Число зіткнень 1-го роду за 1с в одиниці об'єму  $Z_{12}=n_eN_1P_{12}$ ; число зіткнень 2-го роду  $Z_{21}=n_eN_2P_{21}$ , де  $N_1$ ,  $N_2$  – концентрації атомів у станах 1 і 2;  $n_e$  -

концентрація вільних електронів. Врахувати, що внаслідок нерівності  $m_e \ll m_a$ , де  $m_e$ ,  $m_a$  - маси електронів і атомів, ймовірність зіткнень визначається ефективною температурою електронів  $T_e$ .

Задача 4.2. Нехай ми маємо атоми (молекули) з двома енергетичними

рівнями *E*<sub>1</sub> і *E*<sub>2</sub>. Як показано на рисунку, ймовірності переходів, зумовлених



непружними зіткненнями, складають  $P_{12}$  та  $P_{21}$ . Ймовірність спонтанних переходів дорівнює  $A_{21}$ . Розрахувати залежність населеності  $N_2$  збудженого рівня атомів від електронної температури. Вважати, що атоми переходять у збуджений стан, в основному, за рахунок зіткнень з електронами. Чи можливо створення інверсної населеності в двохрівневій системі за допомогою газового розряду?

### Д.З. ЛІТЕРАТУРА

- Григорук В. І., Коротков П. А., Хижняк А. І. Лазерна фізика: Підручник. К: "МП Леся", 1997. – 480 с.
- Страховский Г.М., Успенский А.В. Основы квантовой электроники. 2-е изд. – М.: Высшая школа, 1979. – 303 с.
- 3. Карлов Н.В. Лекции по квантовой электронике. М.: Наука, 1988. 336 с.
- 4. Звелто О. Принципы лазеров .-М.: Мир, 1990. 560 с.
- Клышко Д. Н. Физические основы квантовой электроники. М.: Наука, 1986 – 296 с.
- Ищенко Ε. Φ., Климков Ю. М. Оптические квантовые генераторы. М: «Советское радио», 1968. – 472 с.
- Пестов Э. Г., Лапшин Г. М. Квантовая электроника. М: Воениздат, 1972. 336 с.
- Пантел Р., Путхоф Г. Основы квантовой электроники. М: «Мир», 1972. 384 с.
- Микаэлян А. Л., Тер Микаелян М. Л., Турков Ю. Г. Оптические генераторы на твердом теле. – М: «Советское радио», 1967. – 384 с.
- Грибковский В.П. Полупроводниковые лазеры.–Минск: "Университетское", 1988.
- 11.Богданкевич О. В., Дарзнек С. А., Елисеев П. Г. Полупроводниковые лазеры.
   М.: Наука, 1976. 415 с.
- Кейси Х., Паниш М. Лазеры на гетероструктурах. В 2-х томах. Том 1.
   Основные принципы. М: Мир, 1981. 299 с.
- Коротеев Н. И., Шумай И. Л. Физика мощного лазерного излучения. М.: Наука, 1991. – 312 с.
- 14.Цернике Ф., Мидвинтер Дж. Прикладная нелинейная оптика. М: Мир, 1976. – 261 с.

# Д.4. СПИСОК ЗАПИТАНЬ З КВАНТОВОЇ ЕЛЕКТРОНІКИ ТА НЕЛІНІЙНОЇ ОПТИКИ

- 1. Ймовірність переходу квантової системи при поглинанні електромагнітних хвиль.
- 2. Стимульоване випромінювання. Ймовірність стимульованих переходів.
- 3. Ймовірність спонтанного випромінювального переходу квантової системи. Її експериментальне знаходження.
- 4. Співвідношення між коефіцієнтами Ейнштейна для спонтанних і стимульованих переходів квантової системи.
- 5. Вплив ширини спектральної лінії на ймовірність стимульованого випромінювання.
- 6. Лоренцова форма спектральної лінії поглинання та випромінювання.
- 7. Гаусова форма спектральної лінії поглинання та випромінювання.
- 8. Доплерівське уширення спектральної лінії.
- 9. Однорідне та неоднорідне уширення спектральної лінії.
- 10. Квантове підсилення електромагнітних хвиль та інверсна населеність квантових станів активного середовища.
- 11. Квантове підсилення електромагнітних хвиль та від'ємна температура.
- 12. Інтерферометр Фабрі-Перо як резонатор для лазерів.
- Типи коливань (моди) резонатора у вигляді замкнутої прямокутної порожнини.
- 14. Аксіальні (поздовжні) моди в резонаторі Фабрі Перо з плоскими дзеркалами.
- 15. Неаксіальні моди в резонаторі з плоскими дзеркалами.
- 16. Потужність втрат в резонаторі. Час затухання та добротність резонатора.
- 17. Вплив дифракційних втрат на добротність резонатора Фабрі Перо.

- 18.Вплив неідеальності відбивання від дзеркал на добротність резонатора Фабрі
   Перо.
- Вплив втрат всередині активного середовища на добротність резонатора Фабрі – Перо.
- 20. Число мод та їх селекція в лазерах.
- 21. Джерела для оптичного накачування лазерів.
- 22. Розрахунок населеності 2-рівневої системи при оптичному збудженні.
- 23.Порогова умова генерації 3-рівневого лазера з оптичною накачкою.
- 24. Рубіновий лазер.
- 25.Порогова умова квантового підсилення 4-рівневої системи при оптичній накачці.
- 26. Неодимовий лазер.
- 27. Рівняння для середньої густини енергії електромагнітного поля в резонаторі квантового генератора.
- 28.Вплив добротності резонатора на порогове значення густини інверсної населеності в квантовому генераторі.
- 29. Режим вільної генерації імпульсних лазерів з оптичним накачуванням.
- 30. Одержання гігантських імпульсів у лазерах з модульованою добротністю.
- 31. Синхронізація мод і отримання коротких імпульсів лазерного випромінювання.
- 32. Особливості будови газових лазерів.
- 33. Електричний розряд як засіб створення інверсної населеності в газових лазерах.
- 34. Умови створення інверсної населеності за допомогою розряду в газі, що складається з атомів одного сорту.
- 35. Умови створення інверсної населеності за допомогою розряду в газовій суміші.
- 36. Гелій неоновий лазер.

37. Іонні лазери. Аргоновий лазер.

38. Молекулярні лазери. Лазер на основі вуглекислого газу.

39. Газодинамічні лазери.

40. Ексимерні лазери.

41. Напівпровідникові лазери. Засоби створення інверсної населеності.

42. Порогова умова квантового підсилення світла в напівпровіднику.

43. Інжекційні напівпровідникові лазери.

44..Напівпровідникові лазери з накачкою електронним пучком.

45. Просторові характеристики випромінювання напівпровідникових лазерів.

46.Поляризація випромінювання напівпровідникових лазерів.

47. Особливості роботи напівпровідникових лазерів із смужковою геометрією.

48. Інерційність напівпровідникових лазерів.

49.Когерентність електромагнітних хвиль. Просторова та часова когерентність.

50. Класифікація нелінійних явищ.

51. Механізми нелінійної поляризації речовин.

52. Макроскопічне описання нелінійної поляризації речовин.

53.Параметричні нелінійні оптичні явища.

54. Параметрична генерація гармонік електромагнітних хвиль.

55. Умови просторового синхронізму для подвоєння частоти.

56. Непараметричні нелінійні оптичні явища.

57.Багатофотонне поглинання.

58.Комбінаційне розсіювання світла.

59. Самофокусування та самодефокусування лазерного випромінювання.

60. Оптична та надвисокочастотна голографія.

61. Застосування лазерів в системах вимірювання та контролю.

62. Лазерні системи зв'язку.

63. Застосування лазерів у технологічних процесах.

# Д.5. КОРОТКИЙ СЛОВНИК З КВАНТОВОЇ ЕЛЕКТРОНІКИ

аксіальна	аксиальная	axial (non - axial) mode
(неаксіальна) мода	(неаксиальная) мода	
активна речовина	активное вещество	active substance (medium)
активне середовище	активная среда	active medium
активне середовище	активная среда	active medium
аміак	аммиак	ammonia
амплітуда коливань	амплитуда колебаний	amplitude of oscillations
апертура	апертура	aperture
багатошаровий	многослойный	multilayer
бокові стінки	боковые стенки	the side walls
вважати, що х	считать х	- to take x (to be ) at $\infty$
знаходиться в∞	расположенным в ∞	
величина	величина	quantity
вимушений	вынужденный	induced
випромінювання	излучение	radiation
виродження	вырождение	degeneration
відбивання	отражение	reflection
відносна діелектрична	относительная	relative dielectric constant;
стала (проникність)	диэлектрическая	permittivity
	постоянная	
	(проницаемость)	
відношення	отношение	ratio
вільний від втрат	свободный от потерь	free of losses
вісь	ось	axis
власна частота	собственная частота	natural frequency

водень	водород	hydrogen
втрати	потери	loss(es)
втрати енергії	потери энергии	energy loss(es)
втрати за один прохід	потери за один проход	one - pass loss
втрати на відбивання	потери на отражение	reflection loss
втрати на дефектах	потери на дефектах	defect lossses
втрати на розсіювання	потери на рассеяние	scattering loss
втрати потужності	потери мощности	power loss
вузол	узел	node
газодинамічне	газодинамическая	gasdynamic pumping
накачування	накачка	
генерація	генерация	generation
густина	плотность	density
густина потоку	плотность потока	photon flux density
фотонів	фотонов	
дзеркало	зеркало	mirror
дзеркало увігнуте	зеркало вогнутое	concave mirror
дзеркало опукле	зеркало выпуклое	convex mirror
дифракція	дифракция	diffraction
діелектрик	диэлектрик	dielectric
добротність	добротность	quality
добуток	произведение	product
довжина хвилі	длина волны	wavelength
дозволений	разрешённый	allowed
(заборонений)	(запрещенный)	(forbidden)
електричний розряд	электрический разряд	electrical discharge
електрична стала,	электрическая	permittivity of free space,

діелектрична	постоянная,	
проникливість	диэлектрическая	absolute permittivity
вакууму,	проницаемость вакуума,	
абсолютна	абсолютная	
діелектрична	диэлектрическая	
проникливість	проницаемость	
електромагнітне	электромагнитное	electromagnetic radiation
випромінювання	излучение	
елементарна квантова	элементарная квантовая	elementary quantum theory
теорія	теория	
емісія,	эмиссия, испускание	emission
випромінювання		
енергетичний рівень	энергетический уровень	energó level
енергетичний спектр	энергетический спектр	energy spectrum of an atom
атома	атома	
з великими втрати	с большими потерями,	lossy
	с большим затуханием	
загальні втрати	общие потери	total loss
збудження	возбуждение	excitation
(збуджений)	(возбужденный)	(excited)
зовнішнє	внешнее	external electromagnetic field
електромагнітне поле	электромагнитное поле	
і- уявна одиниця	і- мнимая единица	i - imaginary unit
інверсна населеність	инверсная населенность	inverted population, population
		inversion, inverse population
інверсна населеність	инверсная населенность	inverse population

інверсія населеності	инверсия населенности	population inversion
інтенсивність	интенсивность	intensity
інтерференція	интерференция	interference
інтерферометр	интерферометр	interferometer
інтерферометр	интерферометр	Fabry - Perot
Фабрі-Перо	Фабри-Перо	interferometer
ймовірність	вероятность	probability
квантове підсилення	квантовое усиление	quantum amplification absorption
поглинання	поглощение	
квантове число	квантовое число	quantum number
квантовий, квант	квантовый, квант	quantum
(кванти)	(кванты)	(quanta)
квантові явища	квантовые явления	quantum phenomena
ковзне падіння	скользящее падение	grazing incidence
когерентне	когерентное излучение	coherent radiation
випромінювання		
когерентні хвилі	когерентные волны	coherent waves
коефіцієнт відбивання	коэффициент	reflection coefficient
	отражения	
коефіцієнт втрат	коэффициент потерь	loss factor
(поглинання)	(поглощения)	
коефіцієнт екстинкції	коэффициент	extincion coefficient; n=n - ix
	экстинкции	
коефіцієнт підсилення	коэффициент усиления	gain coefficient
коефіцієнт поглинання	коэффициент	absorption coefficient
	поглощения	
коефіцієнт	коэффициент	inductance

самоіндукції	самоиндукции	
коливальний	колебательный контур	oscillating (vibration) contour
контур		
коливання	колебание	oscillation
конденсатор	конденсатор	capacitor, condenser
ємність	емкость	capacitance
конденсатор	конденсатор	capacitor = condenser
контур	контур	oscillating (vibration) contour
конфокальні сферичні	конфокальные	confocal spherical mirrors
дзеркала	сферические зеркала	
концентрація	концентрация	concentration
котушка	катушка	coil
котушка індуктивності	катушка индуктивности	inductance coil
кутова частота	угловая частота	angular frequency
циклічна частота	циклическая частота	
лазер	лазер	laser
атомний лазер	атомный лазер	atomic laser
газовий лазер	газовый лазер	gas laser
іонний лазер	ионный лазер	ionic laser
молекулярний	молекулярный	molecular laser
лазер	лазер	
напівпровіднико-	полупроводниковый	semiconductor laser
вий лазер	лазер	
рідинний лазер	жидкостной лазер	liquid laser
твердотільний	твердотельный лазер	solid - state laser
лазер		
магнітна	магнитная	permeability of free space

пр	оникливість	проницаемость вакуума	
ва	кууму		
ме	тастабільний	метастабильный	metastable
мінус ∞		минус ∞	minus ~ , - $\infty$
мс	ода	мода	mode
	аксіальна	аксиальная	axial (non - axial) mode
	(неаксіальна) мода	(неаксиальная) мода	
	поздовжня мода	продольная мода	longitudinal mode
	поперечна мода	поперечная мода	transverse mode
	внутрішня мода	внутренняя мода	internal mode
на	нескінченності	на бесконечности	at infinity
на	селеність	населенность	population
на	строювати	настраивать	tune
на	хилена площина	наклонная плоскость	inclined plane
не	скінченна площина	бесконечная плоскость	infinite plane
не	скінченний	бесконечный,	infinite
не	скінченно великий	бесконечно большой	
не	скінченність	бесконечность	infinity
не	скінченно малий	бесконечно малый	infinitesimal;
но	рмальна площина	нормальная плоскость	normal - plane
но	рмальне падіння	нормальное падение	normal incidence
но	рмування	нормирование	normalization
		нормировка	
об	'ємний резонатор	объемный резонатор	cavity resonator
од	норідне	однородное	uniform
(н	еоднорідне)	(неоднородное)	(non - uniform) broadening
уш	ирення	уширение	

оптичне накачування	оптическая накачка	optical pumping	
падіння	падение	incidence	
переріз	сечение	cross-section	
перетворюватися в ∞	обращаться в ∞	to go into $\infty$	
перетворюватися у	обращаться в	to become infinite	
нескінченність	бесконечность		
перехід	переход	transition	
перпендикулярні	перпендикулярные	perpendicular planes	
площини	плоскости		
півплощина	полуплоскость	half - plane	
плоска хвиля	плоская волна	plane wave	
плоско поляризований	плоско поляризованный	plane - polarized	
плоскопаралельний	плоскопараллельный	plane - parallel	
плоскополяризований	плоскополяризованный	plane - polarized	
площина коливань	плоскость колебаний	vibration plane	
(при поляризації)	(при поляризации)		
площина падіння	плоскость падения	plane of incidence	
плюс ∞	плюс ∞	plus~ , $+\infty$	
поглинання	поглощение	absorption	
поглинати	поглощать	absorb	
поздовжня мода	продольная мода	longitudinal mode	
показник заломлення	показатель преломления	refractive index	
		(index of refraction)	
поперечна мода	поперечная мода	transverse mode	
поперечний переріз	поперечное сечение	cross - section	
поперечний переріз	поперечное сечение	cross - section of a transition	
переходу	перехода		
порогова умова		пороговое условие	threshold condition
-----------------------	---------------	----------------------	----------------------
порушення		нарушение	violation
похиле, скісне		наклонное падение	oblique incidence
пад	іння		
пра	вила відбору	правила отбора	selection rules
призма		призма	prism
принцип відповідності		принцип соответствия	conformity principle
прозорий		прозрачный	transparent
промінь		луч	ray
пропорція		пропорция	proportion
протилежний		противоположный	opposite
прямувати до ∞		стремиться к ∞	to go into $\infty$
пря	мує	стремится	approaches
прямувати до ∞		стремиться к ∞	to extend to ~
пучність		пучность	loop
резонанс		резонанс	resonance
резонатор		резонатор	cavity, resonator
	об'ємний	объемный резонатор	cavity resonator
	резонатор		
	стійкий	устойчивый резонатор	stable resonator
	резонатор		
	нестійкий	неустойчивый	unstable resonator
	резонатор	резонатор	
	концентричний	концентрический	concentric resonator
	резонатор	резонатор	
	конфокальний	конфокальный	confocal resonator
	резонатор	резонатор	

	резонатор Фабрі-	резонатор Фабри-Перо	Resonator Fabry - Perot
	Перо		
результат		результат	product
реч	овина	вещество,	substance
реч	овина	вещество, материя	substance, matter
рідинний лазер		жидкостный лазер	liquid laser
роз	поділ за	распределение по	intensity and phase distribution
інтенсивністю та		интенсивности и фазе	
фазою			
розподіл частинок		распределение частиц	distribution of particles
розсіювання		рассеяние	scattering
розсіювання світла		рассеяние света	dispersion of light
селекція		селекция	selection
середня площина		средняя плоскость	mid-plane
cep	едовище	среда	medium; pl: - s, media
сил	а, інтенсивність,	сила, интенсивность,	intensity
напруженість		напряженность	
сис	тема накачування	система накачки	pumping system
скін	иченний	конечный	finite (infinite)
(нескінченний)		(бесконечный)	
смуга поглинання		полоса поглощения	absorption band
спе	ктр	спектр	spectrum
спе	ктральна лінія	спектральная линия	spectral line
співвідношення		соотношение	relation
спонтанне		спонтанное излучение	spontaneous emission
випромінювання			
спо	нтанний	спонтанный	spontaneous

спрямувати <i>t</i> до ∞	устремлять $t \kappa \infty$	to let $t$ go to $\infty$
стала, константа	постоянная, константа	constant
стан	состояние	state
стимульоване	стимулированное	stimulated (induced) emission
випромінювання	(индуцированное)	
	излучение	
стояча хвиля	стоячая волна	standing (vertical, stationary)
		wave
твердотільний лазер	твердотельный лазер	solid - state laser
тепловий рух	тепловое движение	thermal motion
умова динамічної	условие динамического	condition of the dynamic
рівноваги	равновесия	equilibrium
умова зворотного	условие обратной связи	feedback condition
зв'язку		
уширення	уширение спектральной	line widening
спектральної лінії	линии	
фаза	фаза	phase
фокальна площина	фокальная плоскость	focal - plane
формфактор	формфактор	form - factor
Фотон	фотон	photon
хвиля	волна	wave
довжина хвилі	длина волны	wavelength
когерентні хвилі	когерентные волны	coherent waves
плоска хвиля	плоская волна	plane wave
стояча хвиля	стоячая волна	standing (vertical, stationary)
		wave
хвильовий вектор	волновой вектор	wave vector

час життя	время жизни	lifetime
час спадання	время спадания	decay time
частинка	частица	particle
частота	частота	frequency
швидкість	скорость	velocity
ширикополосне	широкополосное	broad - band radiation
випромінювання	излучение	
якість	качество	quality

#### **3MICT**

### вступ

3

## 1. ВЗАЄМОДІЯ ЕЛЕКТРОМАГНІТНОГО ВИПРОМІНЮВАННЯ З РЕЧОВИНОЮ

4

### 1.2. Квантові характеристики електромагнітного

випромінювання та речовини	4
1.1.1. Основні характеристики електромагнітного випромінюва	ння 4
1.1.2. Основні квантові характеристики речовини	7
1.2. Взаємодія електромагнітних хвиль з речовиною	7
1.2.1. Поглинання електромагнітних хвиль (фотонів)	8
1.2.2.Спонтанне випромінювання	14
1.2.3. Стимульоване випромінювання	17
1.3. Зв'язок між коефіцієнтами Ейнштейна	
	19
1.4. Форма спектральної лінії квантових систем	22
1.4.1. Лоренцова форма спектральної лінії	24
1.4.2. Гаусова форма спектральної лінії.	
Доплерівське уширення лінії	27
1.5. Підсилювальні властивості активних середовищ	29
1.5.1. Інверсна населеність робочих рівнів	30
1.5.2. Поняття про від'ємну температуру	32
1.5.4. Максимально можливе значення коефіцієнта підсилення	
у даному активному середовищі	33
2. РЕЗОНАТОРИ В КВАНТОВІЙ ЕЛЕКТРОНІЦІ	35
2.1. Моди оптичного резонатора	35
2.1.2. Повздовжні моди резонатора Фабрі–Перо 2.1.2. Моди резонатора у вигляді прямокутної порожнини	36 38
2.2. Добротність оптичного резонатора	41
2.2.2. Зв'язок добротності резонатора	
з коефіцієнтом втрат за один прохід	41
2.2.2. Дифракційні втрати енергії в резонаторі Фабрі-Перо	42
2.2.4. Інші механізми втрат енергії в резонаторі Фабрі-Перо	) 44
2.3. Резонатори і частотні характеристикилазерної генера	<b>ції</b> 46

2.3.1. Затягування мод	46	
2.3.3. Число мод, що генеруються в резонаторі	47	
2.3.3. Селекція аксіальних мод	50	
2.3.4. Селекція неаксіальних мод	52	
3. ЛАЗЕРИ З ОПТИЧНИМ НАКАЧУВАННЯМ	55	
3.1. Оптичне накачування як спосіб створення інверсної		
населеності	55	
3.3. Населеність дворівневої системи		
при оптичному накачуванні	58	
3.4. Трирівневі системи в лазерахз оптичним накачуванням 62		
3.3.1. Рубіновий лазер	67	
3.5. Чотирирівневі системи в лазерах з оптичним накачуванням	69	
3.4.1. Неодимовий лазер	72	
3.5. Лазери на розчинах барвників	74	
4. РЕЖИМИ РОБОТИ ЛАЗЕРІВ	85	
4.1. Усереднене рівняння для інтенсивності випромінювання		
лазера	85	
4.2. Стаціонарний режим роботи лазера	89	
4.3. Імпульсний режим вільної генерації	92	
4.4. Режим модульованої добротності	95	
4.5. Режим синхронізації мод	99	
5. ГАЗОВІ ЛАЗЕРИ	104	
5.1. Електричний розряд як спосіб створенняінверсної		
населеності у газі	106	
5.1.1. Непружні зіткнення частинок у газовому розряді	108	
5.1.2. Співвідношення між ймовірностяминепружних		
зіткнень 1-го і 2-го роду	111	
5.1.3. Особливості створення інверсної населеності		

в однокомпонентних	газах	114
5.1.4. Використання допоміжного газу		117
5.2. Гелій-неоновий лазер		123
5.2.1. Механізм генерації Не - Ne лазерів		123
5.2.2. Конструкція і параметри гелій-неонових лазерів		125
5.3. Іонні лазери		126
5.3.1. Аргоновий лазер		127
5.4. Молекулярні лазери 129		
5.4.1. Лазери на основі молекул	$CO_2$	130
5.4.2. Газодинамічні лазери		135
5.5. Ексимерні лазери	137	
6. НАПІВПРОВІДНИКОВІ ЛАЗЕРИ	140	
6.1. Енергетичний спектр і статистика електр	оонів у	
напівпровідниках		141
6.1.1. Енергетичний спектр електронів у напівпровідниках		141
6.1.2. Поведінка електронів і дірок у напівпровіднику		143
6.1.3. Статистика електронів і дірок у напівпровідниках		145
6.2. Нерівноважні електрони та дірки і квантове підсилення		
випромінювання у напівпро	відниках	149
6.2.1. Квазірівні Фермі для нерівновая	кних електронів і дірок	149
6.2.2. Порогова умова квантового підсилен	ня світла	
у напівпровіднику		150
6.3. Інжекційні (діодні) лазери		153
6.2.1. Будова і принцип дії інжен	кційного лазера	154
6.3.2. Порогова умова генерації напівг	провідникового лазера	157
6.3.3. Шляхи зниження порогу генераці	і діодних лазерів	
		160
6.4. Характеристики напівпровідн	икових лазерів	164

6.4.1. Просторовий розподіл випромінювання		
діодних лазерів	164	
6.4.2. Поляризація випромінювання напівпровідникових		
лазерів	168	
6.4.3. Інерційність напівпровідникових лазерів	170	
6.5. Напівпровідникові лазери з накачуванням		
електронним пучком	173	
6.5.1. Порогова енергія ударної іонізації	175	
6.5.2. Лазери з поперечним накачуванням	178	
6.5.3. Лазери з повздовжнім накачуванням	179	
7. НЕЛІНІЙНІ ОПТИЧНІ ЯВИЩА	182	
7.1. Механізми оптичного ангармонізму	183	
7.2. Параметричні нелінійні явища	186	
7.2.1. Класичний розгляд параметричних нелінійних явищ	186	
7.2.2. Параметричні багатофотонні процеси	188	
7.3. Приклад непараметричного нелінійного явища:		
подвоєння частоти	189	
7.4. Умова фазового синхронізму	190	
7.5. Непараметричні багатофотонні процеси	192	
7.5.1. Двохфотонне поглинання	192	
7.5.2 Комбінаційне розсіювання світла	193	
7.5.3. Класичний розгляд комбінаційного розсіювання світла	196	
ДОДАТКИ	199	
Д.1. Формула Планка для теплового випромінювання	199	
Д.2. ЗАДАЧІ	203	
Д.З. ЛІТЕРАТУРА	209	
Д.4. СПИСОК ЗАПИТАНЬ З КВАНТОВОЇ ЕЛЕКТРОНІКИ		

# **ТА НЕЛІНІЙНОЇ ОПТИКИ** 210 Д.5. КОРОТКИЙ СЛОВНИК З КВАНТОВОЇ ЕЛЕКТРОНІКИ 213